ESTATÍSTICA II AULA 14

Testes de hipóteses – Unidade 6

Testes de 1 proporção, Teste do quiquadrado

Professor Marcelo Menezes Reis

Aulas prévias

- Inferência estatística, distribuição amostral, estimação de parâmetros.
- Conceitos básicos de testes de hipóteses.
- Testes de hipóteses de 1 média.

Conteúdo desta aula

- Testes de 1 proporção populacional.
- Teste de associação de quiquadrado.

Lógica dos testes de hipóteses

- Formula-se uma hipótese estatística sobre o parâmetro (ou outro aspecto).
- Hipótese aceita como verdadeira até prova ESTATÍSTICA em contrário.
- A prova estatística será fornecida pelos dados de uma amostra aleatória coletada da população.

Testes de 1 proporção

- Hipótese sobre a proporção de um dos valores de uma variável na população ser maior, menor ou diferente de um valor de teste π_0.
- Suposições:
  - $n \times \pi_0 \geq 5$ E $n \times (1 - \pi_0) \geq 5$ => distribuição amostral normal.

Testes de 1 proporção

- Distribuição amostral da proporção: normal.

$$Z_{calculado} = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0 \times (1 - \pi_0)}{n}}}$$

Abordagem clássica

- Encontrar $Z_{crítico}$ de acordo com α e tipo de teste.
- H_1: $\mu > \mu_0$ => Rejeitar H_0 se $Z_{calculado} > Z_{crítico}$
- H_1: $\mu < \mu_0$ => Rejeitar H_0 se $Z_{calculado} < Z_{crítico}$
- H_1: $\mu \neq \mu_0$ => Rejeitar H_0 se $|Z_{calculado}| > |Z_{crítico}|$

Abordagem do valor-p

- Encontrar probabilidade de Z ser >,< do que $Z_{calculado}$ de acordo com tipo de teste.
- H_1: $\mu > \mu_0$ => Rejeitar H_0 se $P(Z>Z_{calculado}) < \alpha$
- H_1: $\mu < \mu_0$ => Rejeitar H_0 se $P(Z<Z_{calculado}) < \alpha$
- H_1: $\mu \neq \mu_0$=> Rejeitar H_0 se $2 \times P(Z>|Z_{calculado}|) < \alpha$

Exemplo 1

- Veja o Exemplo 3 da Unidade 6.
- Cerca de 2000 formulários de pedidos de compra estão sendo analisados. Os clientes podem ficar insatisfeitos se houver erros nos formulários. Neste caso admite-se que a proporção máxima de formulários com erros seja de 5%. Suponha que dentre os 2000 formulários 7% apresentavam erros. A proporção máxima foi ultrapassada a 1% de significância?

H_0 : $\pi = 0{,}05$ onde $\pi_0 = 0{,}05$ (valor de teste)

H_1 : $\pi > 0{,}05$

Nível de significância (α) = 0,01

Variável de teste: $n \times \pi_0 = 2000 \times 0{,}05 = 100 > 5$

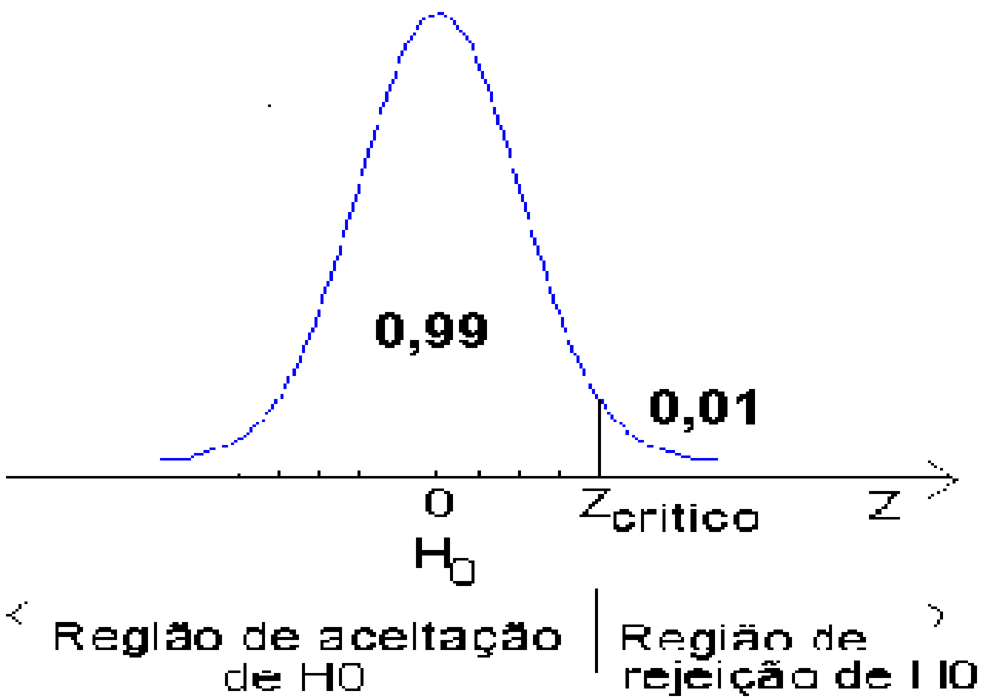
$n \times (1 - \pi_0) = 2000 \times 0{,}95 = 1900 > 5$ => usar Z

$$Z_{calculado} = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\dfrac{\pi_0 \times (1 - \pi_0)}{n}}}$$

$$Z_{calculado} = \frac{0{,}07 - 0{,}05}{\sqrt{\dfrac{0{,}05 \times (1 - 0{,}05)}{2000}}}$$

$$Z_{calculado} = 4{,}104$$

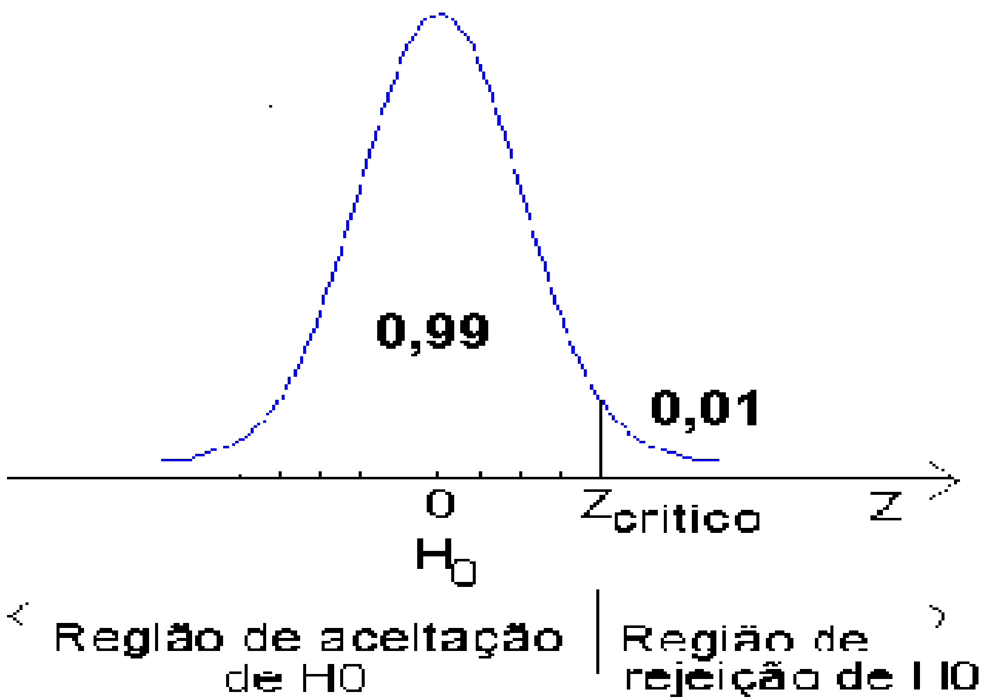
Exemplo 1 – abordagem clássica



Valor crítico: $Z_{0,99}$

	segunda decimal de z									
z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0 ,3050	0 ,3015	0 ,2981	0 ,2946	0 ,2912	0 ,2877	0 ,2842	0 ,2810	0 ,2776
0,6	0,2743	0 ,2709	0 ,2676	0 ,2643	0 ,2611	0 ,2578	0 ,2546	0 ,2514	0 ,2483	0 ,2451
0,7	0,2420	0 ,2389	0 ,2358	0 ,2327	0 ,2296	0 ,2266	0 ,2236	0 ,2206	0 ,2177	0 ,2148
0,8	0,2119	0 ,2090	0 ,2061	0 ,2033	0 ,2005	0 ,1977	0 ,1949	0 ,1922	0 ,1894	0 ,1867
0,9	0,1841	0 ,1814	0 ,1788	0 ,1762	0 ,1736	0 ,1711	0 ,1685	0 ,1660	0 ,1635	0 ,1611
1,0	0,1587	0 ,1562	0 ,1539	0 ,1515	0 ,1492	0 ,1469	0 ,1446	0 ,1423	0 ,1401	0 ,1379
1,1	0,1357	0 ,1335	0 ,1314	0 ,1292	0 ,1271	0 ,1251	0 ,1230	0 ,1210	0 ,1190	0 ,1170
1,2	0 ,1151	0 ,1131	0 ,1112	0 ,1093	0 ,1075	0 ,1056	0 ,1038	0 ,1020	0 ,1003	0 ,0985
1,3	0 ,0968	0 ,0951	0 ,0934	0 ,0918	0 ,0901	0 ,0885	0 ,0869	0 ,0853	0 ,0838	0 ,0823
1,4	0 ,0808	0 ,0793	0 ,0778	0 ,0764	0 ,0749	0 ,0735	0 ,0722	0 ,0708	0 ,0694	0 ,0681
1,5	0 ,0668	0 ,0655	0 ,0643	0 ,0630	0 ,0618	0 ,0606	0 ,0594	0 ,0582	0 ,0571	0 ,0559
1,6	0 ,0548	0 ,0537	0 ,0526	0 ,0516	0 ,0505	0 ,0495	0 ,0485	0 ,0475	0 ,0465	0 ,0455
1,7	0 ,0446	0 ,0436	0 ,0427	0 ,0418	0 ,0409	0 ,0401	0 ,0392	0 ,0384	0 ,0375	0 ,0367
1,8	0 ,0359	0 ,0352	0 ,0344	0 ,0336	0 ,0329	0 ,0322	0 ,0314	0 ,0307	0 ,0301	0 ,0294
1,9	0 ,0287	0 ,0281	0 ,0274	0 ,0268	0 ,0262	0 ,0256	0 ,0250	0 ,0244	0 ,0239	0 ,0233
2,0	0 ,0228	0 ,0222	0 ,0217	0 ,0212	0 ,0207	0 ,0202	0 ,0197	0 ,0192	0 ,0188	0 ,0183
2,1	0 ,0179	0 ,0174	0 ,0170	0 ,0166	0 ,0162	0 ,0158	0 ,0154	0 ,0150	0 ,0146	0 ,0143
2,2	0 ,0139	0 ,0136	0 ,0132	0 ,0129	0 ,0125	0 ,0122	0 ,0119	0 ,0116	0 ,0113	0 ,0110
2,3	0 ,0107	0 ,0104	0 ,0102	0 ,0099	0 ,0096	0 ,0094	0 ,0091	0 ,0089	0 ,0087	0 ,0084

Exemplo 1 – abordagem clássica



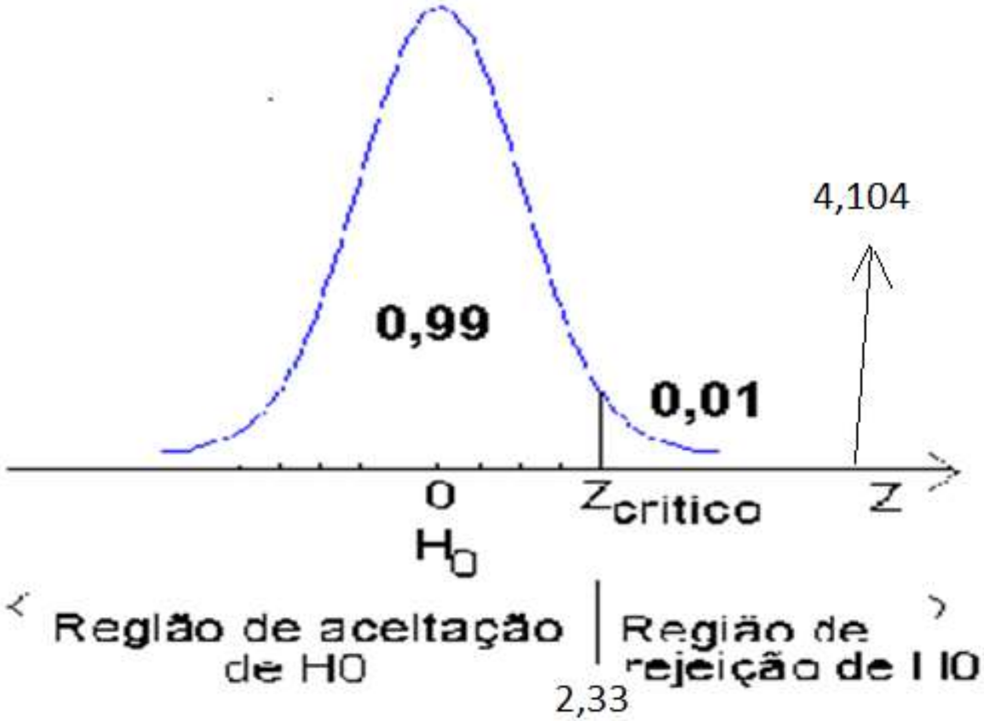
Valor crítico = 2,33

Se $Z_{calculado}$ for maior do que 2,33 rejeita-se H0.

$$Z_{calculado} = 4{,}104$$

Como $Z_{,calculado}$ (4,104) é maior do que $Z_{,crítico}$ (2,33), Rejeita-se H_0 a 1% de significância.

Exemplo 1 – abordagem valor-p



$P(Z > 4{,}104) \cong 0$

Valor – p $\cong$ 0

Como valor – p (0) é menor do que α (0,01),
Rejeita-se H_0 a 1% de significância.

Exemplo 1

- Há provas estatísticas suficientes de que a proporção está acima do máximo admitido.

Teste de associação de quiquadrado

- Avaliar associação entre variáveis qualitativas.
- Relacionamento expresso através de uma tabela de contingências (Unidade 3).
- Avaliar se são dependentes: se os valores de uma afetam/modificam os valores da outra.

Teste de associação de quiquadrado

- H_0:
  - As duas variáveis não diferem em relação às frequências com que ocorre uma característica particular, ou seja, as variáveis são independentes.
- H_1:
  - As variáveis são dependentes.

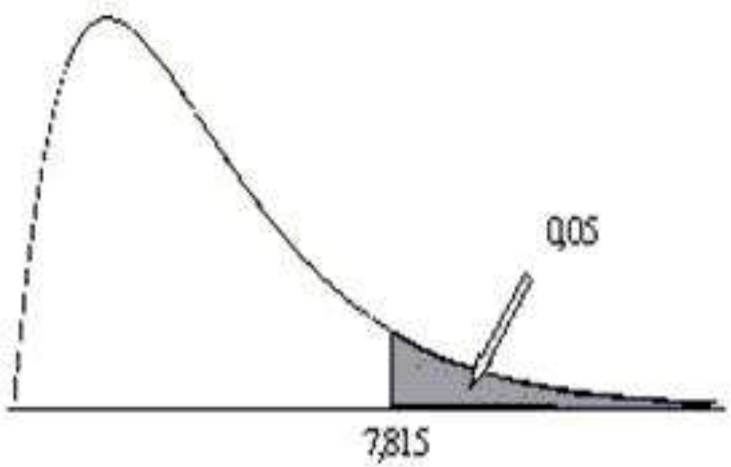
Estatística q^2

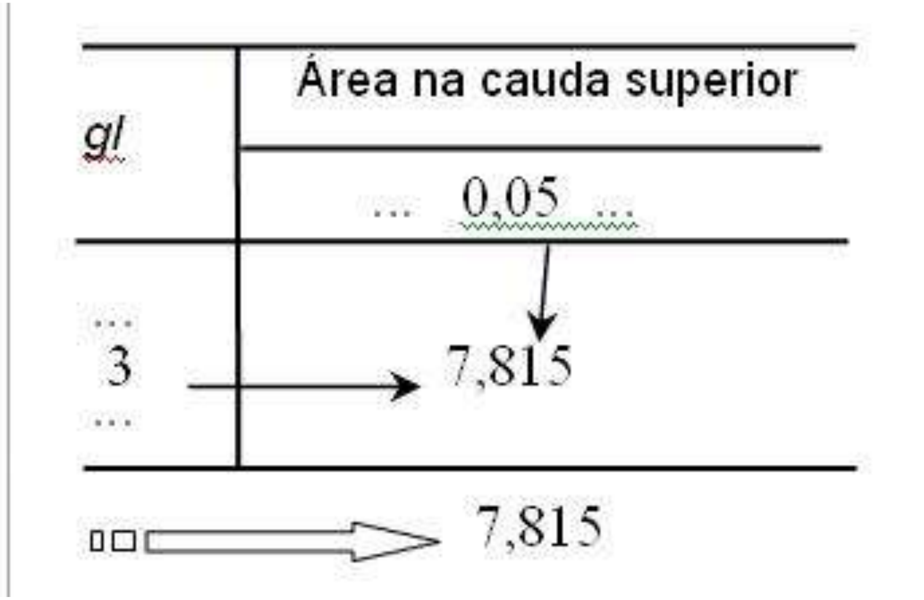
$$q^2 = \sum_{i=1}^{L} \sum_{j=1}^{C} \left[\frac{\left(O_{ij} - E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} \right]$$

$$E_{ij} = \frac{\textbf{total da linha } \mathbf{i} \times \textbf{total da coluna } \mathbf{j}}{\textbf{total geral}}$$

Todas $E_{ij} \geq 5$

q^2 segue a distribuição quiquadrado com $(L-1) \times (C-1)$ graus de liberdade.





Clássica: Rejeição de H_0: se $q^2_{calculado} > q^2_{crítico}$

Valor-p: Rejeição de H_0: se $P(q^2 > q^2_{calculado}) < \alpha$

Exemplo 3

- Veja o Exemplo 4 da Unidade 6.
- O quadro a seguir mostra uma tabela de contingências relacionando as funções exercidas e o sexo de 474 funcionários de uma organização. Supondo que os resultados são provenientes de uma amostra aleatória, verificar se as variáveis são independentes a 1% de significância.

Exemplo 3

H_0: variáveis sexo e função são independentes.

H_1: variáveis sexo e função são dependentes.

	Função			
Sexo	Escritório	Serviços gerais	Gerência	Total
Masculino	157	27	74	258
Feminino	206	0	10	216
Total	363	27	84	474

- Masc. - Escritório $E = (258 \times 363)/ 474 = 197{,}58$
- Masc. - Serviços Gerais $E = (258 \times 27)/ 474 = 14{,}70$
- Masc. - Gerência $E = (258 \times 84)/ 474 = 45{,}72$
- Fem. - Escritório $E = (216 \times 363)/ 474 = 165{,}42$
- Fem - Serviços Gerais $E = (216 \times 27)/ 474 = 12{,}30$
- Fem. - Gerência $E = (216 \times 84)/ 474 = 38{,}28$

O - E	Função		
Sexo	Escritório	Serviços gerais	Gerência
Masculino	157 - 197,58	27 - 14,70	74 - 45,72
Feminino	206 - 165,42	0 - 12,30	10 - 38,28

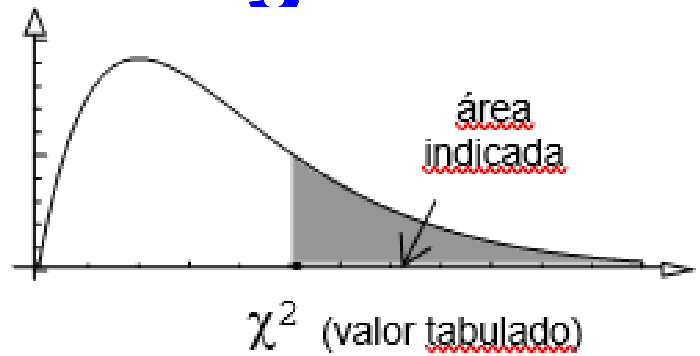
$(O-E)^2$	Função		
Sexo	Escritório	Serviços gerais	Gerência
Masculino	1646,921	151,383	799,672
Feminino	1646,921	151,383	799,672

$q^2=(O-E)^2/E$	Função		
Sexo	Escritório	Serviços gerais	Gerência
Masculino	8,336	10,301	17,490
Feminino	9,956	12,304	20,891

- $q^2_{calculado}$ = 8,336 + 10,301 + 17,490 + 9,956 + 12,304 + 20,891 = 79,227
- Os graus de liberdade: (**número de linhas -1**)x(**número de colunas - 1**) = (**2 - 1**)×(**3-1**)= **2**
- Então $\mathbf{q^2}_{\mathbf{calculado}}$ terá 2 graus de liberdade.

Exemplo 2 – abordagem clássica

TABELA 3 Distribuição qui-quadrado (continuação)



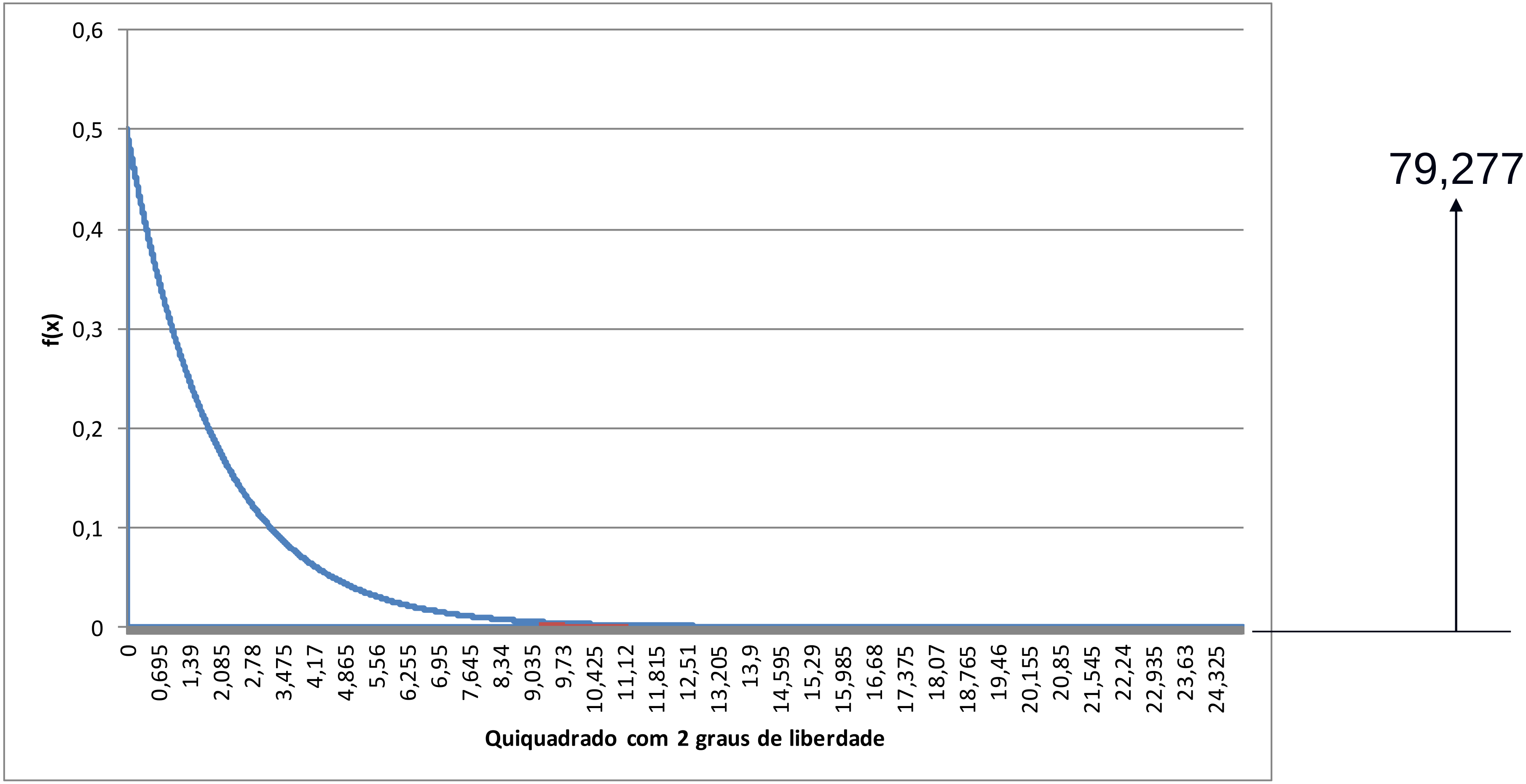
gl	Área na cauda superior							
	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0025	0,001
1	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	9,14	10,83
2	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	11,98	13,82

Para 2 graus de liberdade e α igual a 0,01, $q^2_{\text{crítico}} = 9,21$
Se $q^2_{\text{calculado}}$ for maior do que 9,21, rejeita-se H_0.

Exemplo 2 – abordagem clássica

- Como $q^2_{calculado}$ (79,227) é maior do que $q^2_{crítico}$ (9,21), rejeita-se H_0 a 1% de significância.

Exemplo 2 – abordagem valor-p



Exemplo 2

- Valor-p $\cong 0 < \alpha = 0{,}01$.
- Rejeitar H_0 a 1% de significância.
- HÁ evidência estatística suficiente que indicam que as variáveis função e sexo não são independentes. Isso confirma nossas suspeitas iniciais, devido às grandes diferenças nas frequências da tabela.

Para saber mais

- Sobre tipos de erro, poder, em testes de hipóteses:
  - BARBETTA, P.A., REIS, M.M., BORNIA, A.C. Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 2010, capítulo 8;
  - STEVENSON, Willian J. Estatística Aplicada à Administração. São Paulo: Ed. Harbra, 2001, capítulo 10.

Para saber mais

- Sobre testes de uma variância:
  - BARBETTA, P.A., REIS, M.M., BORNIA, A.C. Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 2010, capítulo 8;
  - TRIOLA, M. Introdução à Estatística, Rio de Janeiro: LTC, 1999, capítulo 7.

Para saber mais

- Sobre testes de comparação de duas médias:
  - BARBETTA, P.A., REIS, M.M., BORNIA, A.C. Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 2010, capítulo 9.

Para saber mais

- Sobre testes de comparação de duas proporções:
  - MOORE, D.S., McCABE, G.P., DUCKWORTH, W.M., SCLOVE, S. L., A prática da estatística empresarial: como usar dados para tomar decisões. Rio de Janeiro: LTC, 2006, capítulo 8.

Para saber mais

- Sobre Análise de Variância, comparação de várias médias:
  - BARBETTA, P.A., REIS, M.M., BORNIA, A.C. Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 2010, capítulo 9.
  - STEVENSON, Willian J. Estatística Aplicada à Administração. São Paulo: Ed. Harbra, 2001, capítulo 11.
  - MOORE, D.S., McCABE, G.P., DUCKWORTH, W.M., SCLOVE, S. L., A prática da estatística empresarial: como usar dados para tomar decisões. Rio de Janeiro: LTC, 2006, capítulos 14 e 15.

Para saber mais

- Sobre testes não paramétricos:
  - BARBETTA, P.A., REIS, M.M., BORNIA, A.C. Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 2010, capítulo 10,
  - SIEGEL, S. Estatística Não Paramétrica (para as Ciências do Comportamento). São Paulo: McGraw-Hill, 1975.

Para saber mais

- Sobre a utilização do Microsoft Excel ® para realizar testes de hipóteses:
  - LEVINE, D. M., STEPHAN, D., KREHBIEL, T. C., BERENSON, M. L. Estatística: Teoria e Aplicações - Usando Microsoft Excel em Português. 5ª ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2005, capítulo 6.