Graduação em Administração
ADM a distância

ESTATÍSTICA II AULA 13

Testes de hipóteses – Unidade 6
Testes de 1 média

Professor Marcelo Menezes Reis

Aulas prévias

- Inferência estatística, distribuição amostral, estimação de parâmetros.
- Conceitos básicos de testes de hipóteses.

Conteúdo desta aula

- Testes de 1 média populacional.

Lógica dos testes de hipóteses

- Formula-se uma hipótese estatística sobre o parâmetro (ou outro aspecto).
- Hipótese aceita como verdadeira até prova ESTATÍSTICA em contrário.
- A prova estatística será fornecida pelos dados de uma amostra aleatória coletada da população.

Testes de 1 média

- Hipótese sobre a média de uma variável na população ser maior, menor ou diferente de um valor de teste.
- Suposições:
  - A variável apresenta distribuição normal na população.
  - Ou a amostra aleatória é suficientemente grande.

σ^2 conhecida

- Distribuição amostral da média: normal.

$$Z_{calculado} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

σ^2 conhecida

- Abordagem clássica: encontrar $Z_{crítico}$ de acordo com α e tipo de teste.
- H_1: $\mu > \mu_0$ => Rejeitar H_0 se $Z_{calculado} > Z_{crítico}$
- H_1: $\mu < \mu_0$ => Rejeitar H_0 se $Z_{calculado} < Z_{crítico}$
- H_1: $\mu \neq \mu_0$ => Rejeitar H_0 se $|Z_{calculado}| > |Z_{crítico}|$

σ^2 conhecida

- Abordagem do valor-p: encontrar probabilidade de Z ser >,< do que $Z_{calculado}$ de acordo com tipo de teste.
- H_1: $\mu > \mu_0$ => Rejeitar H_0 se $P(Z > Z_{calculado}) < \alpha$
- H_1: $\mu < \mu_0$ => Rejeitar H_0 se $P(Z < Z_{calculado}) < \alpha$
- H_1: $\mu \neq \mu_0$=> Rejeitar H_0 se $2 \times P(Z > |Z_{calculado}|) < \alpha$

σ^2 desconhecida – grandes amostras

- Distribuição amostral da média: normal.

$$Z_{calculado} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

- Processo de decisão igual ao de σ^2 conhecida

σ^2 desconhecida, pequenas amostras

- Distribuição amostral da média: t.

$$t_{n-1,calculado} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

- Procedimentos de decisão semelhantes aos dos casos anteriores.
- Usar t_{n-1} ao invés de Z.

Exemplo 1

- Veja Exemplo 1 da Unidade 6.
- Uma peça automotiva precisa ter 100 mm de diâmetro, exatamente. Foram medidas 15 peças, aleatoriamente escolhidas. Obteve-se média de 100,7 mm e variância de 0,01 mm2. Supõe-se que a dimensão segue distribuição normal na população. A peça está dentro das especificações? Usar 1% de significância.

H_0 : $\mu = 100$ onde $\mu_0 = 100$ (valor de teste)

H_1 : $\mu \neq 100$

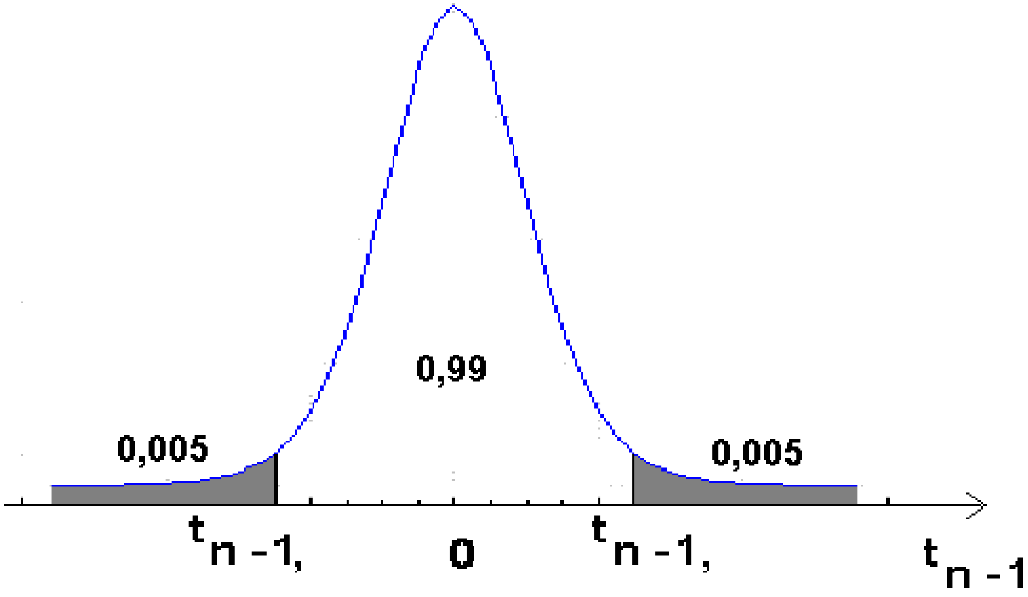
Nível de significância (α) = 0,01

Variável de teste: σ^2 desconhecida, n<30=> usar t_{n-1}

$$t_{n-1,calculado} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

$$t_{14,calculado} = \frac{100{,}7 - 100}{\sqrt{0{,}01}/\sqrt{15}} \qquad t_{14,calculado} = 27{,}11$$

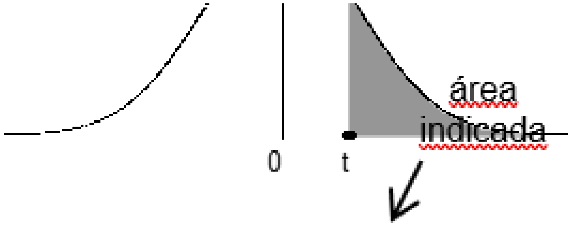
Exemplo 1 – abordagem clássica



Valores críticos:
$t_{14;0,005}$ e $t_{14;0,995}$

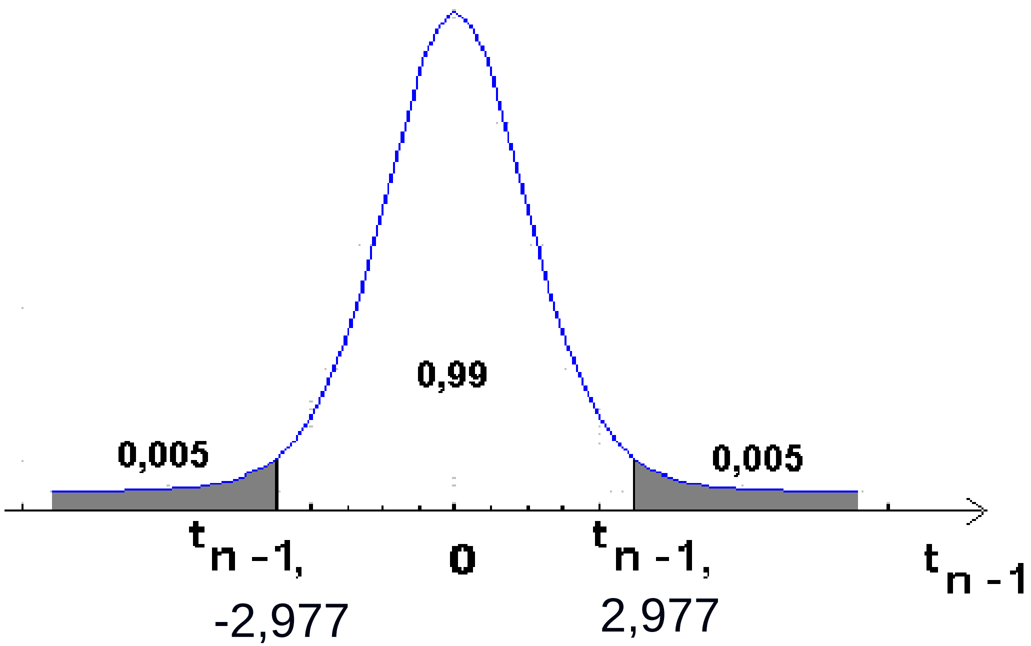
Exemplo 1 – abordagem clássica

TABELA 2 Distribuição *t* de *Student*



	Área na cauda superior								
gl	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0025	0,001	0,0005
1	1,000	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	127,3	318,3	636,6
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,09	22,33	31,60
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,21	12,92
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,894	6,869
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140

Exemplo 1 – abordagem clássica



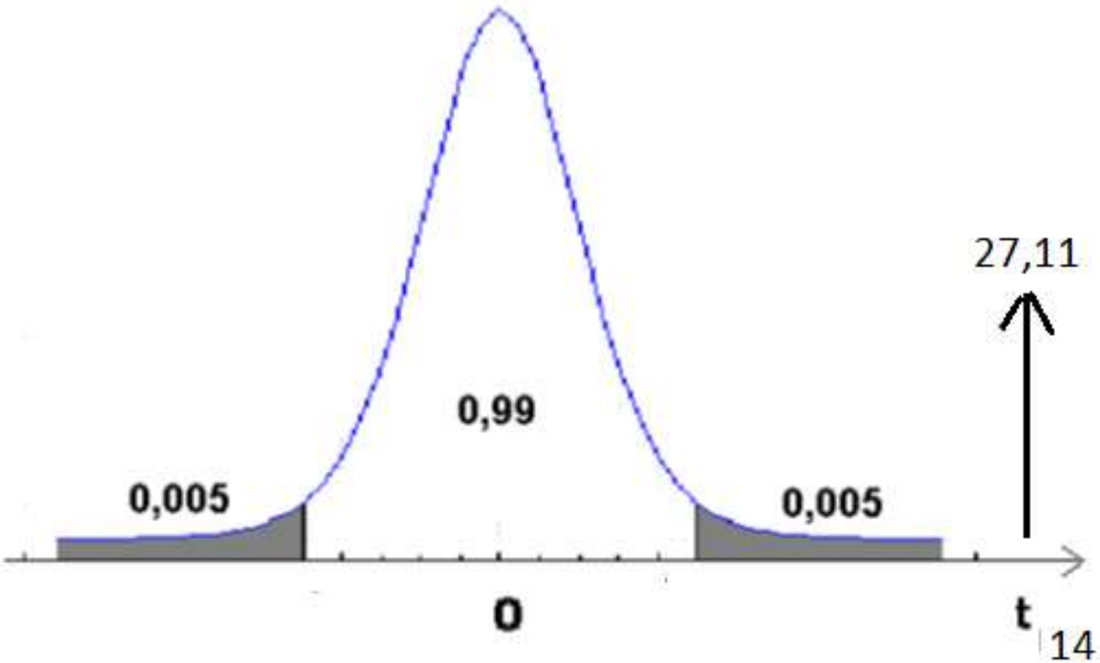
Valores críticos:
-2,977 e 2,977

Se $t_{14calculado}$ for maior do que |2,977| rejeita-se H0.

$$t_{14,calculado} = 27{,}11$$

Como $t_{14,calculado}$ (27,11) é maior do que $|t_{14,crítico}|$ (2,977), Rejeita-se H_0 a 1% de significância.

Exemplo 1 – abordagem valor-p



$P(t_{14} > 27{,}11) \cong 0$

$\text{Valor} - p \cong 0$

Como valor – p (0) é menor do que α (0,01),
Rejeita-se H_0 a 1% de significância.

Exemplo 1

- Há provas estatísticas suficientes de que a dimensão da peça não está dentro das especificações.

Exemplo 2

- Veja o Exemplo 2 da Unidade 6.
- Um novo protocolo de atendimento foi implementado no Banco RMG, visando reduzir o tempo na fila do caixa. O protocolo será satisfatório se a média do tempo de fila for < 30 minutos. O tempo que 35 clientes (selecionados aleatoriamente) passaram na fila foi monitorado, resultando em:média de 29 min., desvio padrão de 5 min. O protocolo pode ser considerado satisfatório a 5% de significância?

$\mathbf{H_0}$: $\mu = 30$ onde $\mu_0 = 30$ (valor de teste)

$\mathbf{H_1}$: $\mu < 30$

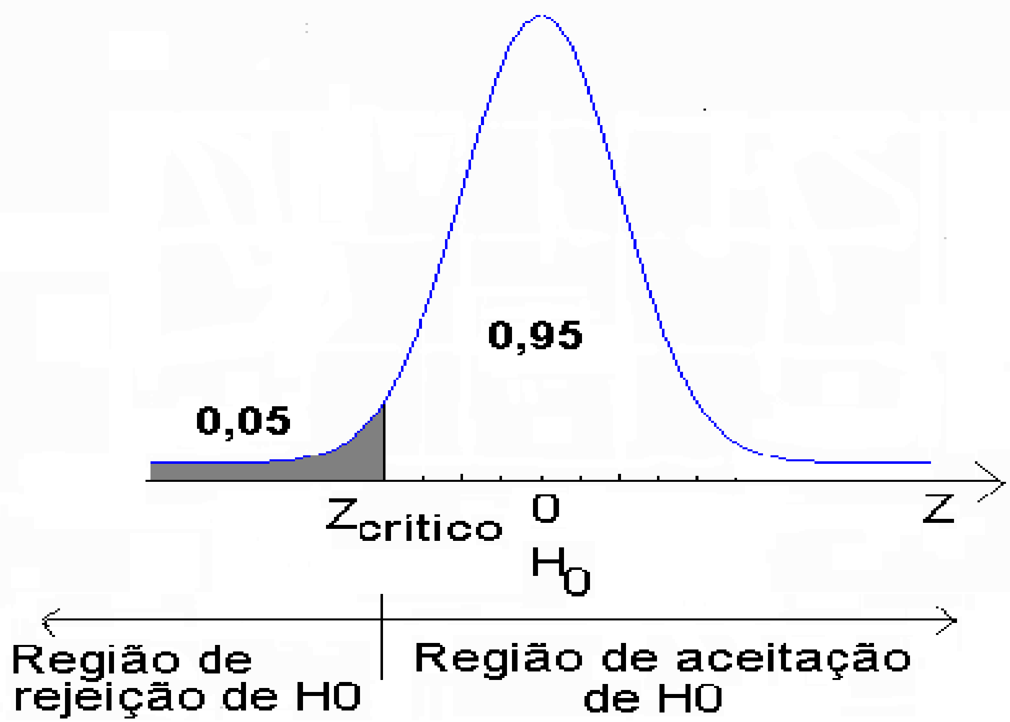
Nível de significância (α) = 0,05

Variável de teste: σ^2 desconhecida, n>30=> usar Z

$$Z_{calculado} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

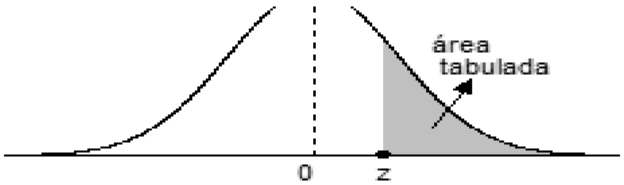
$$Z_{calculado} = \frac{29 - 30}{5/\sqrt{35}} \qquad Z_{calculado} = -1{,}183$$

Exemplo 2 – abordagem clássica



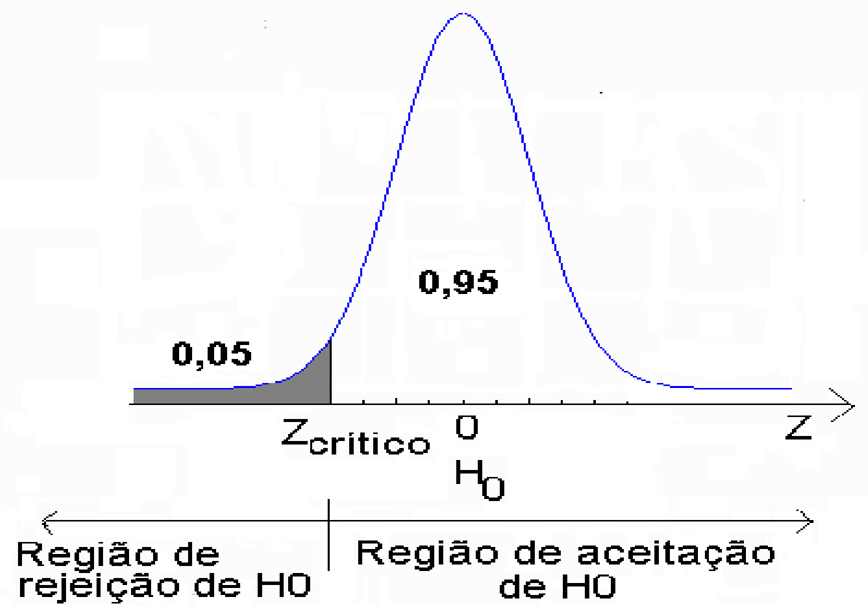
Valor crítico: $Z_{0,05}$

TABELA 1 Distribuição normal padrão.



	segunda decimal de z									
z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2842	0,2810	0,2776
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0722	0,0708	0,0694	0,0681
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367

Exemplo 2 – abordagem clássica



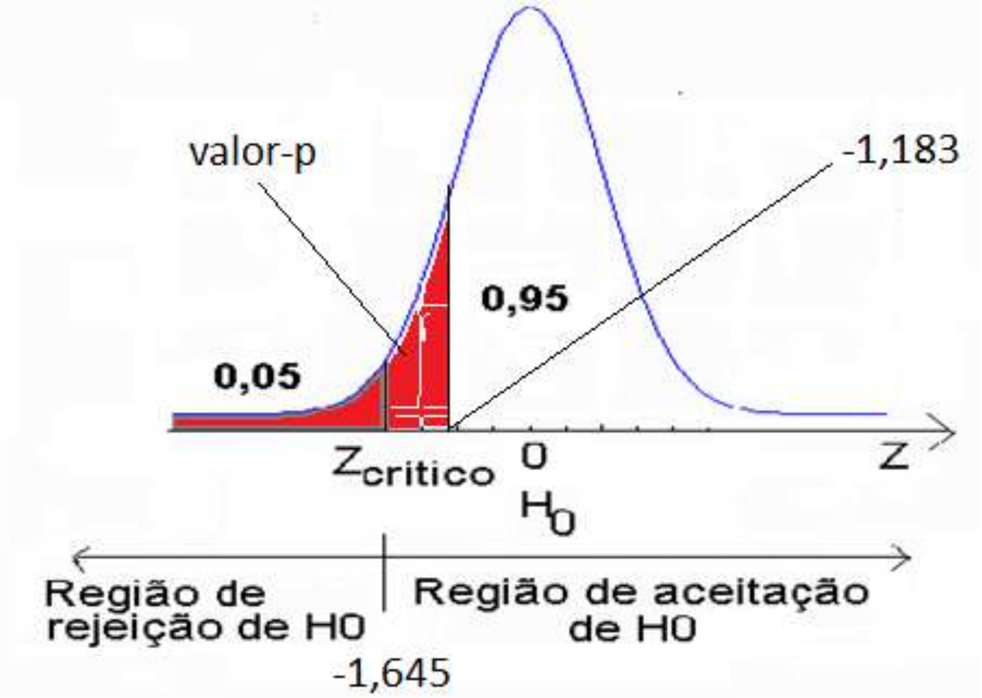
Valor crítico = -1,645

Se $Z_{calculado}$ for menor do que -1,645 rejeita-se H0.

$$Z_{calculado} = -1{,}183$$

Como $Z_{,calculado}$ (-1,183) é maior do que $Z_{,crítico}$ (-1,645), Aceita-se H_0 a 5% de significância.

Exemplo 2 – abordagem valor-p



$P(Z < -1{,}183) \cong 0{,}1190$

Valor – p $\cong$ 0,1190

Como valor – p (0,1190) é maior do que α (0,05),
Aceita-se H_0 a 1% de significância.

Exemplo 2

- Não há provas estatísticas suficientes para concluir que o protocolo tem um desempenho satisfatório.

Para saber mais

- Sobre testes de hipóteses de 1 média:
  - BARBETTA, P.A., REIS, M.M., BORNIA, A.C. Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 2010, capítulo 8;
  - STEVENSON, Willian J. Estatística Aplicada à Administração. São Paulo: Ed. Harbra, 2001, capítulo 10.

Para saber mais

- Sobre a utilização do Microsoft Excel ® para realizar testes de hipóteses:
  - LEVINE, D. M., STEPHAN, D., KREHBIEL, T. C., BERENSON, M. L. Estatística: Teoria e Aplicações - Usando Microsoft Excel em Português. 5ª ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2005, capítulo 6.

Próxima aula

- Teste de hipóteses de 1 proporção.
- Teste de associação de quiquadrado.