

# ESTATÍSTICA II AULA 11

Estimação de Parâmetros – 3ª parte  
Unidade 5

Professor Marcelo Menezes Reis

## Aulas prévias

- Conceito de inferência estatística, distribuição amostral.
- Estimação de parâmetros por ponto.
- Estimação de parâmetros por intervalo de média e proporção.

## Conteúdo desta aula

- Tamanho mínimo de amostra para estimação por intervalo.



# Estimação de parâmetros

- Parâmetros (medidas populacionais) são desconhecidos.
- Inviável pesquisar toda a população: retirar amostra aleatória.
- A partir da amostra estimar os parâmetros: por ponto, por intervalo.

# Estimação por Intervalo

Média com  $\sigma^2$  conhecida

$$e_0 = Z_{crítico} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Média com  $\sigma^2$  desconhecida

$$e_0 = t_{n-1,crítico} \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Proporção  
 $n \times p \geq 5$  E  $n \times (1 - p) \geq 5$

$$e_0 = Z_{crítico} \times \sqrt{\frac{p \times (1 - p)}{n}}$$

# Tamanho mínimo de amostra para Estimação por intervalo

- $e_0$  depende de  $n$ .
- Dilema para o mesmo valor de  $n$ :
  - $\uparrow 1 - \alpha \Rightarrow \uparrow e_0 \Rightarrow \downarrow$  precisão.
  - $\downarrow e_0 \Rightarrow \uparrow$  precisão  $\Rightarrow \downarrow 1 - \alpha$ .
- Solução: obter  $n$  que satisfaça:
  - Nível de confiança  $1 - \alpha$  E a precisão  $e_0$ .

# Tamanho de amostra para média

$\sigma^2$  conhecida

$$n = \left( \frac{Z_{\text{critico}} \times \sigma}{e_0} \right)^2$$

$\sigma^2$  desconhecida      Usar amostra piloto,  $n^*$

$$n = \left( \frac{Z_{\text{critico}} \times S}{e_0} \right)^2$$

$$n = \left( \frac{t_{n-1, \text{critico}} \times S}{e_0} \right)^2$$



## Tamanho de amostra para proporção

Com amostra piloto: 
$$n = \left( \frac{Z_{\text{critico}}}{e_0} \right)^2 \times p \times (1 - p)$$

Sem amostra piloto, estimativa exagerada,  
 $p = 1 - p = 0,5$ :

$$n = \left( \frac{Z_{\text{critico}}}{e_0} \right)^2 \times \mathbf{0,25} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} \times \left( \frac{Z_{\text{critico}}}{e_0} \right)^2$$



## Decisão e correção

- Se  $n \leq n^*$ , amostra piloto suficiente.
- Se  $n > n^*$ , amostra piloto INSUFICIENTE, coletar mais elementos.
- Correção de  $n$  com tamanho da população:

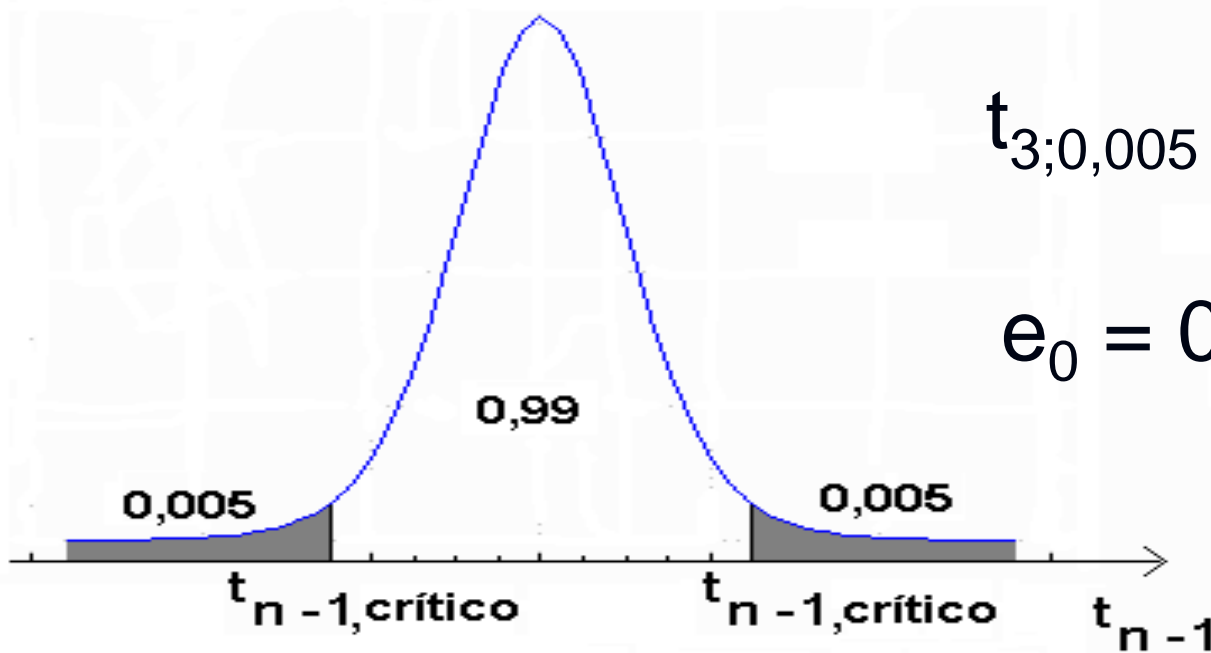
$$n_{\text{corrigido}} = \frac{N \times n}{N + n}$$

## Exemplo 1

- Ver Exemplo 3 da Unidade 5.
- De acordo com os dados do Exemplo 1 da Unidade 5. Para estimar a média, com 1% de significância e precisão de 0,2 kg, esta amostra é suficiente?

$$1 - \alpha = 0,99 \quad \bar{x} = 8,2 \quad s = 0,4 \quad n = 4$$

$\sigma^2$  desconhecida,  $n < 30 \Rightarrow$  usar  $t_{n-1, \text{crítico}}$



$$t_{3;0,005} = 5,84$$

$$e_0 = 0,2 \text{ kg}$$

## Exemplo 1

$$n = \left( \frac{t_{n-1, \text{critico}} \times S}{e_0} \right)^2 = \left( \frac{5,84 \times 0,4}{0,2} \right)^2 = 136,42 \cong 137 \text{ elementos}$$

- Amostra piloto de 4 elementos é INSUFICIENTE para a confiança e precisão exigidas.
- Devemos coletar mais 133 elementos.

## Exemplo 2

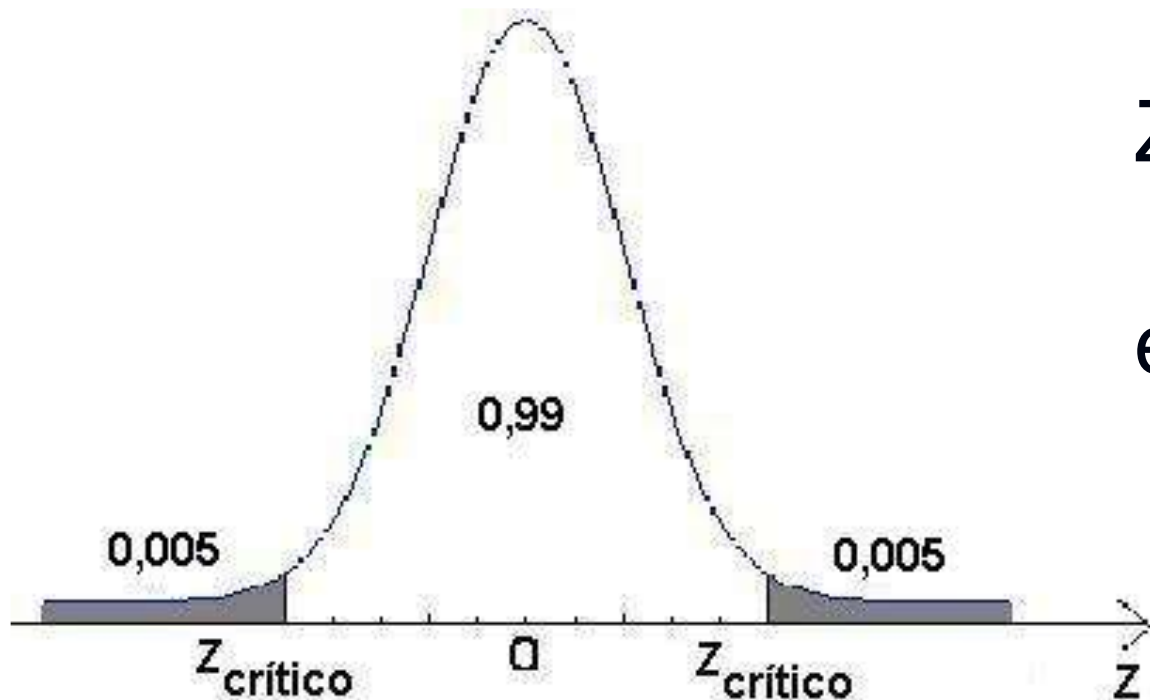
- Ver Exemplo 4 da Unidade 5.
- Para o caso do Exemplo 2 da Unidade 2. Supondo 99% de confiança e precisão de 1%, esta amostra é suficiente para estimar a proporção populacional?

$$1 - \alpha = 0,99 \quad n = 1000 \quad p = 0,035 \quad 1 - p = 0,965$$

$$n \times p = 35 \quad n \times (1-p) = 965 \Rightarrow \text{Usar } Z_{\text{crítico}}$$

$$Z_{\text{crítico}} = 2,58$$

$$e_0 = 0,01 \text{ (1\%)}$$





## Exemplo 2

$$n = \left( \frac{Z_{\text{critico}}}{e_0} \right)^2 \times p \times (1 - p) = \left( \frac{2,58}{0,01} \right)^2 \times 0,035 \times 0,965$$

$$n = 2248,14 \cong 2249 \text{ elementos}$$

- Amostra piloto de 1000 elementos é **INSUFICIENTE** para a confiança e precisão exigidas.
- Devemos coletar mais 1249 elementos.



## Para saber mais

- Sobre tamanho de amostra para estimação por intervalo:
  - BARBETTA, P.A., REIS, M.M., BORNIA, A.C. Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. 3<sup>a</sup> ed.: São Paulo: Atlas, 2010, capítulo 7.



## Para saber mais

- Sobre a utilização do Microsoft Excel ® para realizar estimação por intervalo, veja LEVINE, D. M., STEPHAN, D., KREHBIEL, T. C., BERENSON, M. L. Estatística: Teoria e Aplicações - Usando Microsoft Excel em Português. 5ª ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2005, capítulo 6.

# Próxima aula

- Testes de hipóteses
  - Lógica dos testes de hipóteses.
  - Tipos de hipóteses.