

ESTATÍSTICA II AULA 7

Inferência Estatística e Distribuição
Amostral 2ª parte – Unidade 4

Professor Marcelo Menezes Reis

Aulas prévias

- Amostragem:
 - Probabilística;
 - Não probabilística;
 - Tamanho de amostra – simplificado.
- Inferência Estatística:
 - Parâmetros e Estatísticas

Conteúdo desta aula

- Conceito de Distribuição Amostral.
- Distribuição amostral da média.

Relembrando...

- **População:** conjunto das medidas da(s) característica(s) de interesse em todos os elementos que a(s) apresenta(m).
- Pode ser representada por um modelo: parâmetros (Unidade 1).
- Se amostragem: inferência estatística.

Medidas de síntese	Parâmetros (População)	Estatísticas (Amostra)
Média	$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$	$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$
Variância	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}$	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$
Proporção	$\pi = \frac{f_a}{N}$	$p = \frac{f_a}{n}$

Estatísticas

- Amostragem probabilística:
 - Estatísticas são variáveis aleatórias.
 - Seus resultados dependem da amostragem.
 - Necessário construir modelos probabilísticos para as Estatísticas.

Distribuição amostral

- O modelo probabilístico de uma estatística é chamado de Distribuição Amostral.
- Seja θ um parâmetro e T uma estatística.
- Amostras aleatórias são retiradas da população e são calculados os valores t da Estatística T .
- Valores de t formam a distribuição amostral de T .

População

Amostras

64 67

→ {64, 67, 60} => Média = 63,67

70 57

→ {64, 70, 72} => Média = 68,67

65 72

→ {65, 70, 60} => Média = 65

70 60

Sortear 3

 $\mu = 65,62 \text{ kg}$

Observe que há uma variação na estatística média, e esta variação precisa ser considerada quando são realizadas as inferências sobre os parâmetros.

Distribuição amostral da média

- Se forem retiradas várias amostras aleatórias de n elementos da população.
 - Calculadas as médias de todas as amostras.

$$E(\bar{X}) = \mu \quad V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

- Distribuição aproximada por uma normal.

Exemplo 1

- Ver Exemplo 2, Unidade 4.
- Suponha uma variável quantitativa cujos valores constituem uma população com os seguintes valores: **(2, 3, 4, 5)**.
- Retire todas as amostras aleatórias de 2 elementos (com reposição) desta população e observe a distribuição das médias amostrais.

Exemplo 1

- População: $\{2, 3, 4, 5\}$
- Parâmetros: $\mu = 3,5$ $\sigma^2 = 1,25$
- Há 16 amostras de 2 elementos (com reposição) possíveis:

(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)
(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)
(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)
(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)

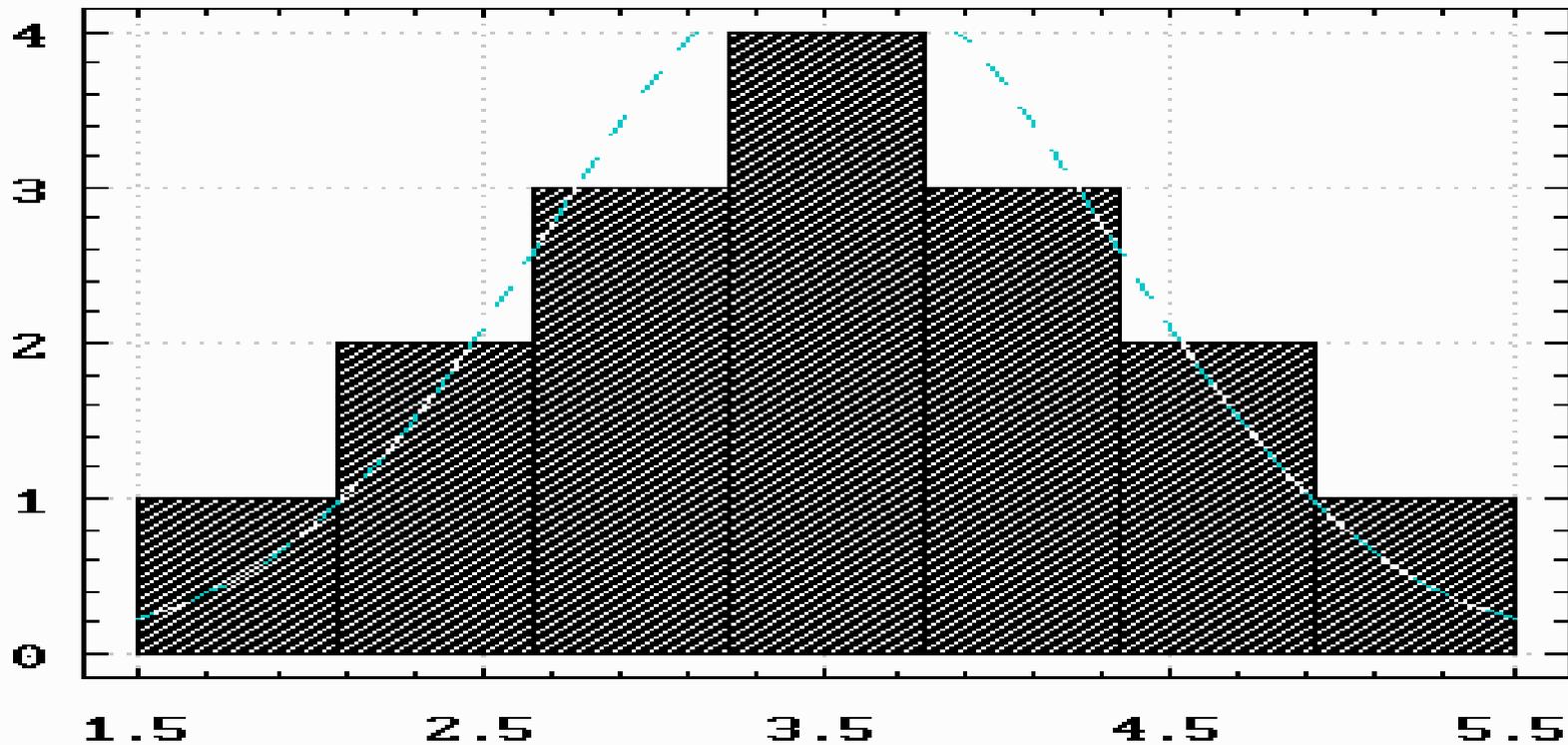


Exemplo 1

$$\bar{X} \left\{ \begin{array}{cccc} (2,0) & (2,5) & (3,0) & (3,5) \\ (2,5) & (3,0) & (3,5) & (4,0) \\ (3,0) & (3,5) & (4,0) & (4,5) \\ (3,5) & (4,0) & (4,5) & (5,0) \end{array} \right\}$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{56}{16} = 3,5$$

$$s^2_{\bar{X}} = 0,625 = \frac{1,25}{2}$$



Distribuição das médias \cong normal

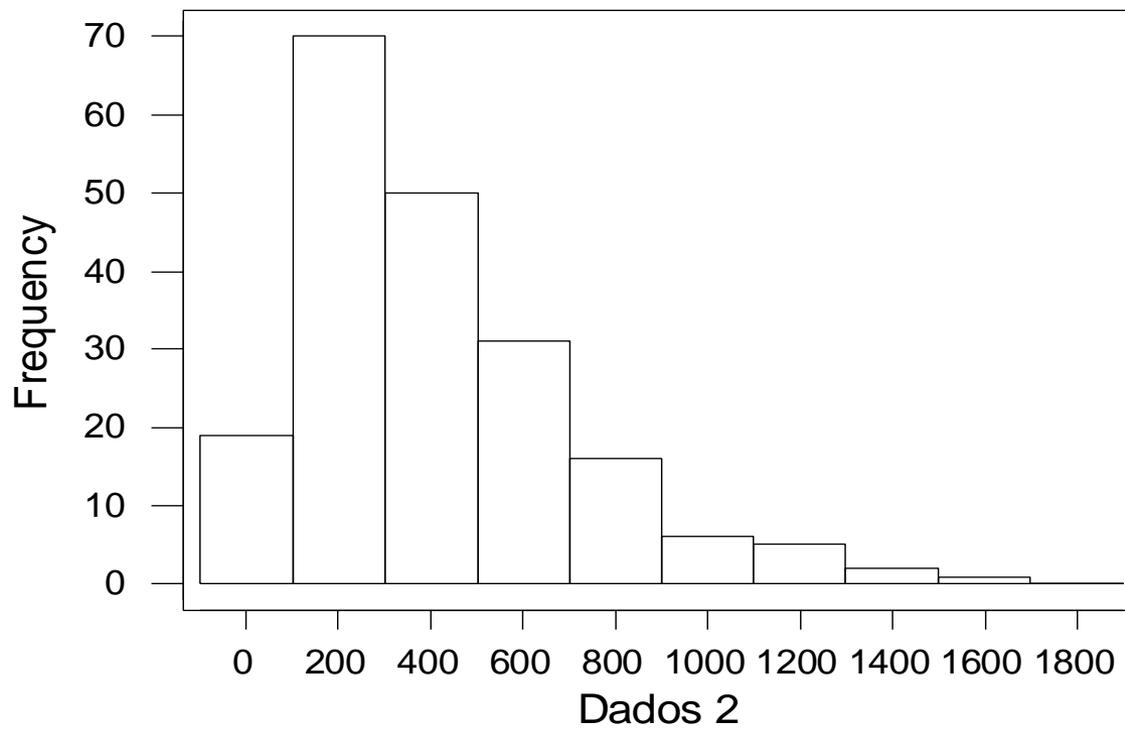
Distribuição amostral da média

- A distribuição amostral da média será normal se a distribuição da variável na população for normal.
- A distribuição amostral da média será normal, mesmo que a distribuição da variável na população não seja, desde que o tamanho de amostra seja suficientemente grande.



Exemplo 2

- Na figura a seguir temos a distribuição populacional de uma variável quantitativa qualquer de interesse. Ela apresenta média populacional (μ) igual a **416,99**, e variância populacional (σ^2) igual a **89554,51264**.

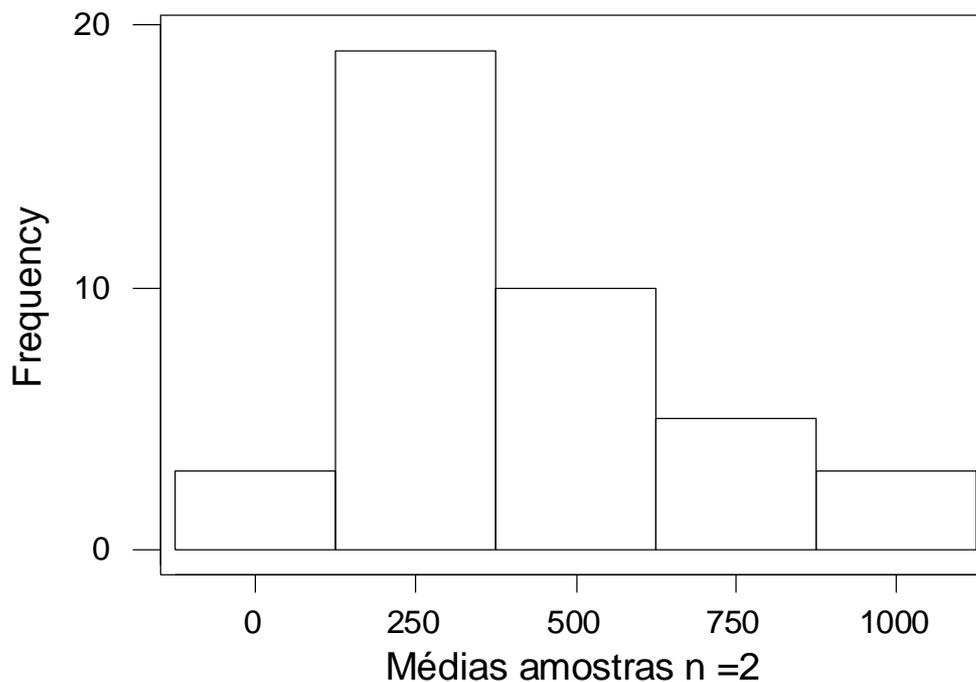


Distribuição NÃO normal!



Exemplo 2

- Vamos retirar 40 amostras aleatórias, com reposição, da população com os seguintes tamanhos: 2, 4, 16 e 30 elementos.
- Para cada amostra calcularemos a média.
- As médias serão postas em um histograma, e serão calculadas a média e a variância das médias amostrais.

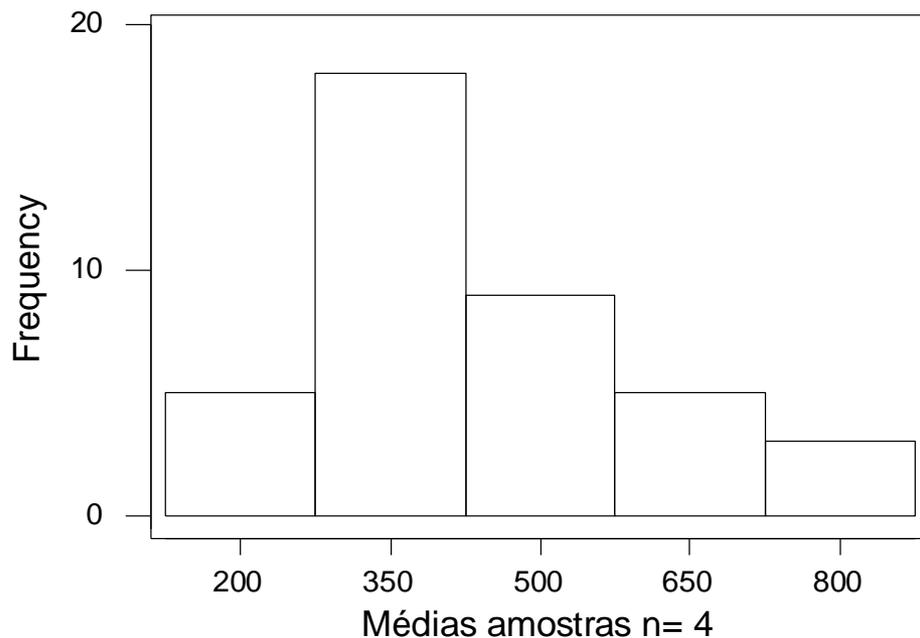


$$\mu = 416,99$$

$$\frac{\sigma^2}{n} = 44777,25632$$

$$\bar{\bar{X}} = 423,8875$$

$$s^2_{\bar{X}} = 67528,98666$$

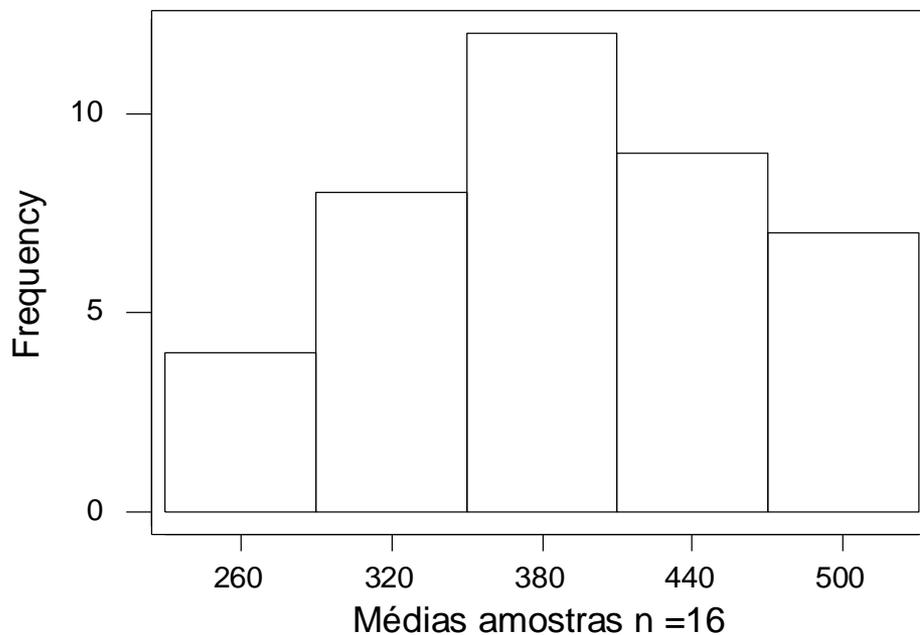


$$\mu = 416,99$$

$$\frac{\sigma^2}{n} = 22388,62816$$

$$\bar{\bar{X}} = 444,5375$$

$$s^2_{\bar{X}} = 26464,3269$$

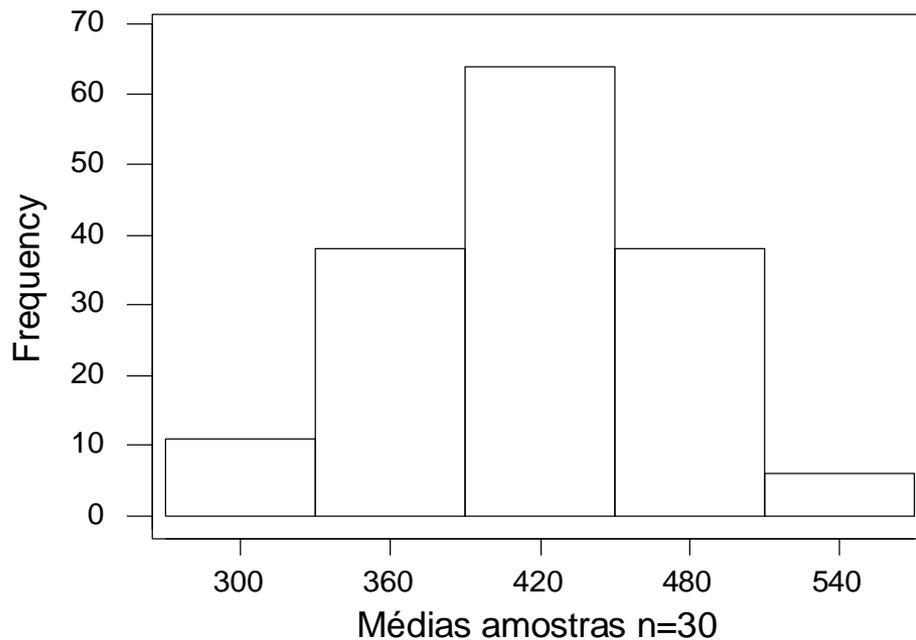


$$\mu = 416,99$$

$$\frac{\sigma^2}{n} = 5597,1577$$

$$\bar{\bar{X}} = 394,4922$$

$$s^2_{\bar{X}} = 5568,3945$$



$$\mu = 416,99$$

$$\frac{\sigma^2}{n} = 2985,1508$$

$$\bar{\bar{x}} = 421,9217$$

$$s^2_{\bar{x}} = 2945,1326$$

Tô afim de saber

- Sobre distribuição amostral:
 - BARBETTA, P.A., REIS, M.M., BORNIA, A.C. Estatística para Cursos de Engenharia e Informática. 3^a ed.: São Paulo: Atlas, 2010, capítulo 7.
 - STEVENSON, Willian J. Estatística Aplicada à Administração. São Paulo: Ed. Harbra, 2001, capítulo 7.

Para saber mais

- Sobre a utilização do Microsoft Excel ® para estudar distribuições amostrais veja LEVINE, D. M., STEPHAN, D., KREHBIEL, T. C., BERENSON, M. L. Estatística: Teoria e Aplicações - Usando Microsoft Excel em Português. 5ª ed. – Rio de Janeiro: LTC, 200, capítulo 5.

Próxima aula

- Distribuição amostral da proporção.