UNIDADE 6

1) Numa eleição para a prefeitura de uma cidade, 30% dos eleitores pretendem votar no candidato A, 50% no candidato B e 20% em branco ou nulo. Sorteia-se um eleitor na cidade e verifica-se o candidato de sua preferência.
a) Construa um modelo probabilístico para o problema.
b) Qual é a probabilidade de o eleitor sorteado votar em um dos dois candidatos? (R.: 0,8)
Adaptado de BARBETTA, P. A. Estatística Aplicada às Ciências Sociais. 6ª ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2006.

a) Ω = {A, B, branco/nulo}. As probabilidades serão respectivamente 0,3 (30%), 0,5 (50%) e 0,2(20%).
b) Se o eleitor votar em um dos candidatos ele votará em A OU em B, o que configura um evento UNIÃO:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Como os eventos votar no candidato A e votar no candidato B são mutuamente exclusivos (a lei impede de votar em dois candidatos), não há intersecção entre eles:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}3 + 0{,}5 = 0{,}8$ (80%).

2) Extraem-se ao acaso duas cartas de um baralho de 52 cartas, uma após a outra SEM reposição. Calcule as seguintes probabilidades:
a) Ambas as cartas são vermelhas. **b) Ambas as cartas são de paus.**
c) Ambas as cartas são de "figuras" (ás, rei, dama ou valete).
d) Uma carta de paus e outra de copas.
Adaptado de STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração, São Paulo: Harper do Brasil, 1981, página 76.

a)Há 26 cartas vermelhas $P(V1 \cap V2) = P(V1) \times P(V2|V1) = (26/52) \times (25/51) = 0{,}245$
b) Há 13 cartas de paus, $P(Paus1 \cap Paus2) = P(Paus1) \times P(Paus2|Paus1) = (13/52) \times (12/51) = 0{,}058$
c) Há 16 figuras, $P(Figura1 \cap Figura2) = P(Figura1) \times P(Figura2|Figura1) = (16/52)\times(15/51) = 0{,}0905$
d) $P[(Paus1 \cap Copas2) \cup (Copas1 \cap Paus2)] = P(Paus1 \cap Copas2) + P(Copas1 \cap Paus2)$ *(eventos Mutuamente exclusivos.)*
$= P(Paus1) \times P(Copas2|Paus1) + P(Copas1) \times P(Paus2|\ Copas1) =$
$(13/52) \times (13/51) + (13/52) \times (13/51) = 0{,}1274$

3) Repita o exercício 2 supondo que as retiradas fossem feitas COM reposição.
Adaptado de STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração, São Paulo: Harper do Brasil, 1981, página 75.

a)Há 26 cartas vermelhas $P(V1 \cap V2) = P(V1) \times P(V2|V1) = (26/52) \times (26/52) = 0{,}25$
b) Há 13 cartas de paus, $P(Paus1 \cap Paus2) = P(Paus1) \times P(Paus2|Paus1) = (13/52) \times (13/52) = 0{,}0625$
c) Há 16 figuras, $P(Figura1 \cap Figura2) = P(Figura1) \times P(Figura2|Figura1) = (16/52)\times(16/52) = 0{,}094675$
d) $P[(Paus1 \cap Copas2) \cup (Copas1 \cap Paus2)] = P(Paus1 \cap Copas2) + P(Copas1 \cap Paus2)$ *(eventos Mutuamente exclusivos.)* $= P(Paus1) \times P(Copas2|Paus1) + P(Copas1) \times P(Paus2|\ Copas1) =$
$(13/52) \times (13/52) + (13/52) \times (13/52) = 0{,}125$

4) Para um determinado telefone a probabilidade de se conseguir linha é de 0,75 em dias normais e 0,25 em dias de chuva. A probabilidade de chover em um dia é 0,1. Além disso tendo-se conseguido linha, a probabilidade de que um número esteja ocupado é 11/21.
a) Qual é a probabilidade de que um telefone tenha sua ligação completada?
b) Dado que um telefonema foi completado, qual é a probabilidade de estar chovendo?
$P(linha|\ dia\ normal) = 0{,}75$ $P(linha|\ dia\ chuva) = 0{,}25$ $P(ocupado|\ linha) = 11/21$
$P(dia\ chuva) = 0{,}1$

a) Ligação completa = $[(\text{dia normal} \cap \text{linha} \cap \overline{\text{ocupado}}) \cup (\text{dia chuva} \cap \text{linha} \cap \overline{\text{ocupado}})]$

Os eventos acima são mutuamente exclusivos:

$$\text{P(ligação completa)} = \begin{array}{c} \text{P(dia normal)} \times \text{P(linha | dia normal)} \times \text{P}(\overline{\text{ocupado}} \mid \text{linha}) + \\ \text{P(dia chuva)} \times \text{P(linha | dia chuva)} \times \text{P}(\overline{\text{ocupado}} \mid \text{linha}) \end{array}$$

P(ligação completa) = 0,9 × 0,75 × (10/21) + 0,1 × 0,25 × (10/21) = 0,333

b) P(dia chuva| ligação completa) = P(dia chuva $\cap$ *ligação completa) / P(ligação completa) =*

[0,1 × 0,25 × (10/21)] / 0,333 = 0,0357