

UNIDADE 5

1) A que componentes de uma série temporal (pelo modelo clássico) estariam principalmente associados cada um dos seguintes eventos. JUSTIFIQUE suas respostas.

- a) Uma recessão.
- b) Um acréscimo na oferta de empregos durante os meses de verão.
- c) O declínio da taxa de mortalidade decorrente do progresso da medicina.
- d) Uma greve na indústria do aço.
- e) Uma procura continuamente crescente por automóveis pequenos.
- f) O efeito nas vendas de cigarros das crescentes restrições ao fumo em lugares fechados e a divulgação de mais pesquisas mostrando os malefícios do tabagismo.
- g) Maior procura por roupas de lã.
- h) O fenômeno climático “El Niño”.
- i) Um terremoto em Taiwan que danificou várias fábricas de memórias RAM para computadores.
- j) Maior procura por artigos de papelaria e livros escolares.
- k) Aumento no volume total de benefícios pagos pelo INSS.

(Adaptado de SPIEGEL, M.R., Estatística, 3ª edição – São Paulo: Makron Books, 1993, pg. 468).

a) Uma recessão.

Variação cíclica. Uma recessão pode estender-se por alguns anos, e alternar-se com períodos de prosperidade, que também durem alguns anos.

b) Um acréscimo na oferta de empregos durante os meses de verão.

Variação sazonal. TODO ano, na estação do verão ocorre um acréscimo na oferta de empregos. Variação DENTRO do ano.

c) O declínio da taxa de mortalidade decorrente do progresso da medicina.

Tendência. Trata-se de um movimento de longo prazo.

d) Um greve na indústria do aço.

Variação irregular. Fato fortuito, e muitas vezes imprevisível, e que pode afetar os valores da série temporal (vendas siderúrgicas ou toneladas de aço produzidas, por exemplo).

e) Uma procura continuamente crescente por automóveis pequenos.

Tendência. Trata-se de um movimento de longo prazo, devido aos custos crescentes dos combustíveis (carros menores usualmente consomem menos), menor espaço disponível para estacionamento nas cidades e habitações, e a tendência de redução do tamanho das famílias, as pessoas tendem a procurar carros menores.

f) O efeito nas vendas de cigarros das crescentes restrições ao fumo em lugares fechados e a divulgação de mais pesquisas mostrando os malefícios do tabagismo.

Tendência. Trata-se de um movimento de longo prazo, a maior conscientização das pessoas, as maiores restrições ao uso e propaganda do fumo, levaram a uma gradual redução na demanda dos cigarros, fazendo suas vendas caírem.

g) Maior procura por roupas de lã.

Variação sazonal. TODO ano, na estação do inverno ocorre uma maior procura por roupas de lã, devido às temperaturas mais baixas. Variação DENTRO do ano.

h) O fenômeno climático “El Niño”.

Variação cíclica. Aproximadamente de dez em dez anos, as águas da superfície do oceano Pacífico tornam-se mais quentes, causando efeitos devastadores no clima global.

i) Um terremoto em Taiwan que danificou várias fábricas de memórias RAM para computadores.

Variação irregular. Fato fortuito, e realmente imprevisível, que pode afetar os valores da série temporal (preço de computadores ou vendas de componentes, por exemplo).

j) Maior procura por artigos de papelaria e livros escolares.

Variação sazonal. TODO ano, antes do início das aulas nos ensinos fundamental e médio (e duas vezes por ano no ensino superior), há uma maior procura por artigos escolares. Variação DENTRO do ano.

k) Aumento no volume total de benefícios pagos pelo INSS.

Tendência. Trata-se de um movimento de longo prazo, com o declínio da taxa de mortalidade (as pessoas tendem a viver mais) e a maior conscientização quanto a seus direitos, o INSS irá pagar um volume cada vez maior de benefícios.

2) Considere os dados mostrados na Figura 34, série mensal da produção de veículos automotores no Brasil de 1997 a 2014 (disponível no ambiente virtual). Naquele exemplo a melhor tendência por mínimos quadrados encontrada foi o modelo polinômio de 2º grau (ver as medidas de acuracidade no Quadro 26), com a seguinte equação:

$$\hat{Y}_x = 0,9929 \times \text{período}^2 + 772,79 \times \text{período} + 104672 .$$

Sabendo disso responda os itens seguir (é extremamente recomendado que seja usada uma planilha eletrônica para isso).

a) Faça a previsão da tendência pelo modelo polinômio de 2º grau descrito acima para os períodos 1 (janeiro de 1997) a 216 (dezembro de 2014).

b) Obtenha os 12 índices sazonais da série para o modelo *aditivo* usando o procedimento visto na seção 5.3. Com base nos valores obtidos há evidência de influência de sazonalidade na série temporal pelo modelo aditivo? JUSTIFIQUE.

c) Obtenha os 12 índices sazonais da série para o modelo *multiplicativo* usando o procedimento visto na seção 5.3. Com base nos valores obtidos há evidência de influência de sazonalidade na série temporal pelo modelo multiplicativo? JUSTIFIQUE.

d) Obtenha as componentes cíclica e irregular da série para o modelo *aditivo* usando o procedimento visto na seção 5.4. Construa um gráfico de linhas com os resultados obtidos. Com base neste gráfico há evidência de influência de ciclos na série temporal pelo modelo aditivo? JUSTIFIQUE. Se houver regularidade nos ciclos identifique a extensão dos períodos de alta e de baixa e calcule índices cíclicos que os representem (medianas de todos os períodos de alta e de todos os períodos de baixa, respectivamente).

e) Obtenha as componentes cíclica e irregular da série para o modelo *multiplicativo* usando o procedimento visto na seção 5.4. Construa um gráfico de linhas com os resultados obtidos. Com base neste gráfico há evidência de influência de ciclos na série temporal pelo modelo aditivo? JUSTIFIQUE. Se houver regularidade nos ciclos identifique a extensão dos períodos de alta e de baixa e calcule índices cíclicos que os representem (medianas de todos os períodos de alta e de todos os períodos de baixa, respectivamente).

f) Utilizando todas as componentes que influenciam a série temporal faça a sua recomposição pelo modelo aditivo: use o modelo de mínimos quadrados com os menores valores das medidas de acuracidade, os índices sazonais pelo modelo aditivo obtidos no item b (se houver influência da sazonalidade) e os índices cíclicos obtidos no item d (se houver influência e regularidade nos ciclos).

g) Utilizando todas as componentes que influenciam a série temporal faça a sua recomposição pelo modelo multiplicativo: use o modelo de mínimos quadrados com os menores valores das medidas de acuracidade, os índices sazonais pelo modelo aditivo obtidos no item c (se houver influência da sazonalidade) e os índices cíclicos obtidos no item e (se houver influência e regularidade nos ciclos).

h) Calcule as medidas de acuracidade EAM, EQM e EPAM para as recomposições para os modelos aditivo e multiplicativo. Qual dos dois modelos é o mais apropriado para representar a série mensal da produção de veículos automotores no Brasil de 1997 a 2014? JUSTIFIQUE.

i) Usando o modelo escolhido no item h, com as componentes tendência (o modelo com os menores valores das medidas de acuracidade), sazonalidade (usando os índices sazonais apropriados, se houver sua influência na série) e ciclos (identificando se 2015 será de baixa ou de alta, e usando os índices cíclicos apropriados – do último período completo de baixa ou de alta - se houver sua influência na série) faça as previsões para os doze meses de 2015 (períodos 217 a 228 da série).

a) Usando os períodos de 1 a 216 é possível produzir as previsões (ver o arquivo Unidade5Atividade_Questao2.xlsx).

b) Os dados são mensais, então pode haver influência de variações sazonais (DENTRO do ano). Para obter os índices sazonais é preciso primeiramente calcular as médias móveis dos valores da série. Como os dados são mensais as médias

móveis irão envolver 12 períodos. Como este número de períodos é PAR, os resultados das médias móveis NÃO serão centralizados: ou seja, seus valores serão registrados em períodos que não existem na série original, inviabilizando a obtenção dos índices sazonais. É necessário então centralizar as médias móveis de 12 períodos, calculando médias móveis de 2 períodos, cujos valores serão então registrados em períodos que existem na série original. O procedimento foi apresentado em detalhes na seção 5.3 para dados trimestrais, vamos apresentar os resultados COMPLETOS para dados mensais estão no arquivo *Unidade5Atividade_Questao2.xlsx*.

Como a série tem 18 anos (1997 a 2014), e devido ao processo de cálculo das médias móveis há $18 - 1 = 17$ índices sazonais para cada mês do ano (17 janeiros, 17 fevereiro, etc.). É preciso obter um representante único para cada um deles.

Vejam os índices sazonais aditivos na tabela abaixo, acompanhados das médias (\bar{x}) de cada um deles:

	Jan	Fev	Mar	Abr	Maio	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	-33654,9	-34883,3	4570,5	6789,25	35504,88	25262,46	5910,167	21248,38	32077,96	43872,5	-17288	-45064,1
2	-21185	-24298,5	12847,83	6579,542	9555,125	10390,29	8850,875	18591,63	21188,33	-18183,6	-28278,1	-45131,7
3	-28728,4	2718,667	5051,75	1715,458	15231	13086,29	7363,833	18868,25	17344,04	-4602,67	-8033,46	-37945,5
4	-29928,8	-10293,2	28630,58	17581,63	39956,17	12812,92	6944,708	25355,67	3228,208	-979,125	-15158,7	-23079,2
5	-12806,7	-12721,3	15134,42	21348,96	10863,92	-4952,21	2847,875	1186,125	-9448,17	-18083,5	-8695,46	-26439,1
6	-3339,83	5544,917	-8855,79	-6350,5	4033,333	-14859,1	-3549,92	-11304,7	2054,625	19966,96	12709,13	-13632,9
7	-9243,96	-15125,5	17393,17	-7248,83	-479,25	4075,25	-10204,3	-11840,9	10971,29	12517,67	10192,88	-8099,83
8	-35923,1	-16284,5	17975,5	3450,958	12652,33	17920,79	2649,75	14261,83	13824,96	-856,833	7497,958	-8674
9	-15671,3	-9790,08	12878,79	-15755,8	17713,79	4405,333	2356,875	11631,96	-1065,25	-16458,4	7509,917	-4974
10	-20540,7	-24666,7	15800,42	-12142,3	11925,38	-941,667	2338,042	20922,29	-13261,4	3720,75	2873,542	-30415,5
11	-19899,1	-26802,5	-1087,42	12184,75	6707	32964,79	15550,96	22150,58	-3491,33	33870,88	8877,583	-40671,6
12	-58088,5	-39757,3	31420,96	9822,792	22522,75	26331,67	53757	52299,08	41219,38	36485,92	-54208,3	-149099
13	-41881,2	-40455,8	39351,33	-3867,92	18353,75	3159,5	12836,63	22471,08	-2495,79	36610,63	10119,33	-33568,4
14	-49280,8	5869,75	6224,292	-5215	18950,33	11087,54	8665	23578,08	-7936,38	7745,583	15442,63	-22547,8
15	-61973,3	-53481	39216,54	-11038,7	4947,333	-5563,67	25178,54	46992,5	-15589,6	-5766,92	-1858,75	-12414,9
16	-17788	-70514,9	15936,04	38163,33	31161,13	12908	14159,96	41910,92	-4785,75	27397,83	11610	-39148
17	-43049,9	7245,667	2577,083	9052,375	15719,46	-47393,1	9634,292	37037,88	16883,25	22268,33	-1477	-56395
\bar{x}	-29587,3	-21040,9	15003,88	3827,645	16195,2	-5923,24	9722,958	20903,57	5924,613	10560,35	-2833,22	-35135,3

A soma das médias dos índices sazonais precisa ser igual a zero no modelo aditivo: a soma é igual - 538,238, portanto é preciso fazer uma correção, dividindo a soma pela ordem da sazonalidade (12), e o resultado será subtraído de cada uma das médias:

$$\text{Excesso} = -538,238/12 = -44,6031$$

Os resultados podem ser vistos na tabela a seguir:

Mês	Médias dos índices sazonais aditivos	Correção	Índices sazonais aditivos
Janeiro	-29587,3	-44,6031	-29542,6
Fevereiro	-21040,9	-44,6031	-20996,3
Março	15003,9	-44,6031	15048,5
Abril	3827,6	-44,6031	3872,2
Maio	16195,2	-44,6031	16239,8
Junho	5923,2	-44,6031	5967,8
Julho	9723,0	-44,6031	9767,6
Agosto	20903,6	-44,6031	20948,2
Setembro	5924,6	-44,6031	5969,2
Outubro	10560,4	-44,6031	10605,0
Novembro	-2833,2	-44,6031	-2788,6
Dezembro	-35135,3	-44,6031	-35090,7

Agora a soma dos índices é igual a zero, os índices podem ser interpretados.

HÁ influência de sazonalidade na série mensal de produção de veículos automotores no Brasil de 1997 a 2014 porque os índices sazonais pelo modelo aditivo afastam-se consideravelmente de zero (considerado o neutro no modelo aditivo, e a indicação de inexistência de sazonalidade). No mês de dezembro a produção de veículos está 35090 veículos ABAIXO da média mensal, enquanto no mês de agosto está 20948 veículos ACIMA da média mensal, indicando uma forte flutuação dentro do ano.

c) Usando os índices calculados anteriormente na tabela que contém as médias móveis.

Para o modelo multiplicativo é preciso calcular a média INTERNA (excluindo os valores máximo e mínimo) dos índices sazonais (vejam os procedimentos em Unidade5Atividade_Questão_2.xlsx), os resultados na tabela a seguir:

	Jan	Fev	Mar	Abr	Maio	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	0,766	0,752	1,033	1,052	1,285	1,209	1,038	1,139	1,213	1,295	0,883	0,692
2	0,794	0,763	1,126	1,064	1,091	1,097	1,075	1,161	1,187	0,836	0,738	0,569
3	0,763	1,022	1,040	1,013	1,118	1,099	1,068	1,171	1,153	0,960	0,931	0,682
4	0,795	0,929	1,199	1,123	1,283	1,091	1,052	1,186	1,023	0,993	0,895	0,842
5	0,901	0,901	1,118	1,163	1,081	0,963	1,020	1,009	0,931	0,866	0,935	0,798
6	0,975	1,041	0,935	0,954	1,029	0,893	0,974	0,918	1,015	1,145	1,093	0,900
7	0,942	0,908	1,103	0,958	0,997	1,023	0,928	0,917	1,076	1,084	1,067	0,948
8	0,812	0,916	1,093	1,018	1,065	1,092	1,015	1,080	1,076	0,995	1,040	0,954
9	0,921	0,951	1,064	0,921	1,088	1,022	1,012	1,058	0,995	0,917	1,038	0,975
10	0,903	0,885	1,072	0,946	1,052	0,996	1,012	1,104	0,934	1,018	1,014	0,854
11	0,924	0,899	0,996	1,045	1,025	1,127	1,065	1,092	0,986	1,136	1,035	0,842
12	0,756	0,832	1,134	1,042	1,094	1,105	1,214	1,212	1,168	1,150	0,776	0,380
13	0,848	0,854	1,141	0,986	1,066	1,011	1,050	1,086	0,991	1,136	1,037	0,878
14	0,829	1,020	1,021	0,982	1,066	1,039	1,031	1,083	0,972	1,027	1,054	0,922
15	0,773	0,804	1,143	0,960	1,018	0,980	1,089	1,168	0,944	0,979	0,993	0,955
16	0,943	0,773	1,051	1,121	1,099	1,042	1,049	1,144	0,984	1,092	1,038	0,873
17	0,846	1,026	1,010	1,034	1,059	0,820	1,031	1,121	1,055	1,074	0,995	0,804
Média interna	0,851	0,899	1,076	1,020	1,082	1,039	1,039	1,101	1,037	1,038	0,982	0,834

A soma das médias dos índices sazonais precisa ser igual a 12 (ordem da sazonalidade, que no presente caso é mensal) no modelo multiplicativo: a soma é igual 11,99866, portanto é preciso fazer uma correção, dividindo o resultado da soma menos 12 pela ordem da sazonalidade (12): Excesso = $(11,99866 - 12)/12 = -0,00011$

E este excesso será subtraído de 1 para obter o fator de correção: Fator = $1 - (-0,00011) = 1,00011$. Este fator será multiplicado por cada uma das médias internas.

Os resultados podem ser vistos na tabela a seguir:

Mês	Médias internas dos índices sazonais multiplicativos	Fator	Índices sazonais multiplicativos
Janeiro	0,851	1,00011	0,85090
Fevereiro	0,899	1,00011	0,89900
Março	1,076	1,00011	1,07650
Abril	1,020	1,00011	1,01998
Maio	1,082	1,00011	1,08240
Junho	1,039	1,00011	1,03889
Julho	1,039	1,00011	1,03887
Agosto	1,101	1,00011	1,10142
Setembro	1,037	1,00011	1,03736
Outubro	1,038	1,00011	1,03837
Novembro	0,982	1,00011	0,98217
Dezembro	0,834	1,00011	0,83413

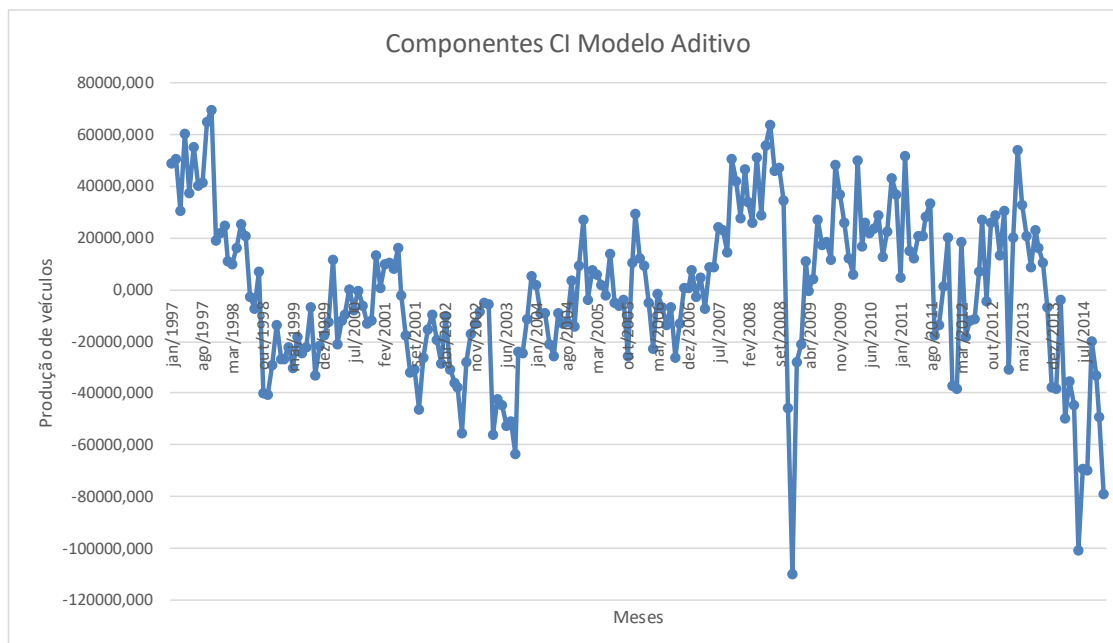
Agora a soma dos índices é igual a 12, os índices podem ser interpretados.

HÁ influência de sazonalidade na série mensal de produção de veículos automotores no Brasil de 1997 a 2014 porque os índices sazonais pelo modelo multiplicativo afastam-se consideravelmente de 1 (considerado o neutro no modelo multiplicativo, e a indicação de inexistência de sazonalidade). No mês de dezembro a produção de veículos está $(0,83413 - 1) \times 100 = -16,587\%$, portanto 16,587% ABAIXO da média mensal, enquanto no mês de agosto está $(1,10142 - 1) \times 100 = 10,142\%$, portanto 10,142% ACIMA da média mensal, indicando uma forte flutuação dentro do ano (admite-se que há influência da sazonalidade quando as flutuações são maiores do que 5% em torno da média mensal).

d) Pelo modelo aditivo a obtenção das componentes cíclicas e irregulares é feita da seguinte forma:

$$CI = Y(\text{série original}) - T - S$$

Os valores originais da série, a tendência por equação e os índices sazonais aditivos encontram-se disponíveis, basta obter as componentes CI, os resultados completos estão no arquivo *Unidade5Atividade_Questão2.xlsx*. O gráfico de linhas é apresentado a seguir.

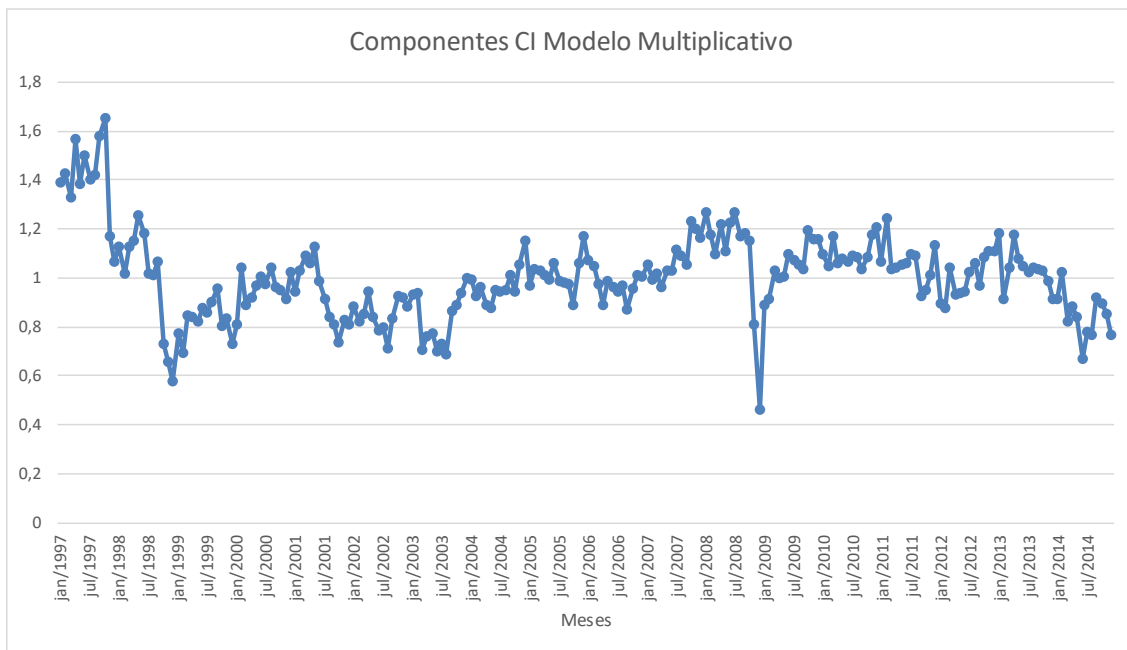


Pela observação do gráfico acima observa-se que **NÃO** há influência de ciclos na série Produção de veículos automotores no Brasil de 1997 a 2014 pelo modelo aditivo, porque **NÃO HÁ ALTERNÂNCIA SISTEMÁTICA** entre valores maiores e menores do que zero, por períodos maiores do que um ano. Ao contrário, parece haver um comportamento errático, embora perceba-se o efeito de fatos inesperados: após setembro de 2008 houve uma forte queda de 40000 para abaixo de -100000 (provavelmente por causa da crise financeira mundial que então ocorria) e novamente após dezembro de 2013 chegando a -100000.

e) Pelo modelo multiplicativo a obtenção das componentes cíclicas e irregulares é feita da seguinte forma:

$$CI = Y(\text{série original}) / (T \times S)$$

Os valores originais da série, a tendência por equação e os índices sazonais multiplicativos encontram-se disponíveis, basta obter as componentes CI. Os resultados completos são mostrados no arquivo *Unidade5Atividade_Questão2.xlsx*, e a seguir é apresentado o gráfico de linhas.



Pela observação do gráfico acima observa-se que **NÃO** há influência de ciclos na série Produção de veículos automotores no Brasil de 1997 a 2014 pelo modelo multiplicativo, porque **NÃO HÁ ALTERNÂNCIA SISTEMÁTICA** entre valores maiores e menores do que 1, por períodos maiores do que um ano. Ao contrário, parece haver um comportamento errático, embora perceba-se o efeito de fatos inesperados: após setembro de 2008 houve uma forte queda de 1,2 para cerca de 0,4 (provavelmente por causa da crise financeira mundial que então ocorria) e novamente após dezembro de 2013 chegando a 0,6.

f) A recomposição da série pelo modelo aditivo deve incluir apenas a tendência (pelo modelo de polinômio de 2º grau) e os índices sazonais (porque constatou-se a existência de influência de sazonalidade na série) – não houve influência de ciclos. Então a recomposição será: $\hat{Y} = T + S$. Os resultados podem ser vistos em Unidade5Atividade_Questão2.xlsx.

g) A recomposição da série pelo modelo multiplicativo deve incluir apenas a tendência (pelo modelo de polinômio de 2º grau) e os índices sazonais (porque constatou-se a existência de influência de sazonalidade na série) – não houve influência de ciclos. Então a recomposição será: $\hat{Y} = T \times S$. Os resultados podem ser vistos em Unidade5Atividade_Questão2.xlsx.

h) A obtenção das medidas de acuracidade exige o cálculo dos erros absolutos, erros quadráticos e erros percentuais absolutos para cada modelo. A base de tudo é o erro, a diferença entre o valor original da série e o valor recomposto. Os resultados completos podem ser vistos em Unidade5Atividade_Questão2.xlsx.

Os resultados completos para o modelo multiplicativo também podem ser vistos em Unidade5Atividade_Questão2.xlsx.

Apresentando agora as tabelas com as médias dos erros para cada modelo:

Modelo	EAM	EQM	EPAM
Aditivo	23997,60153	921400260	13,46223
Multiplicativo	23484,05895	909644255	13,25483

Observa-se que EAM, EQM e EPAM são mais próximos de zero (menores) no modelo multiplicativo, indicando que este é o mais apropriado para descrever a série mensal de Produção de veículos automotores no Brasil de 1997 a 2014.

i) Como não há influência de ciclos na série não há necessidade de se preocupar se 2015 seria período de alta ou de baixa. Apenas inclui-se na previsão a tendência (por polinômio de 2º grau) e os índices sazonais (já que foi constatada a influência

de sazonalidade na série. Os resultados completos serão mostrados abaixo (podem ser vistos também em Unidade5Atividade_Questão2.xlsx).

Mês	Período	Tendência (polinômio de 2o grau)	Índices sazonais multiplicativos	Previsão (modelo multiplicativo)
jan/2015	217	319122,0981	0,85090	271541,5845
fev/2015	218	320326,7996	0,89900	287974,8677
mar/2015	219	321533,4869	1,07650	346131,4371
abr/2015	220	322742,16	1,01998	329190,599
mai/2015	221	323952,8189	1,08240	350648,0923
jun/2015	222	325165,4636	1,03889	337811,7507
jul/2015	223	326380,0941	1,03887	339066,3445
ago/2015	224	327596,7104	1,10142	360820,4298
set/2015	225	328815,3125	1,03736	341100,3128
out/2015	226	330035,9004	1,03837	342697,7614
nov/2015	227	331258,4741	0,98217	325352,0187
dez/2015	228	332483,0336	0,83413	277335,2689

3) A corretora DEFICITCERTO opera no mercado de ações do país asiático Chung Kuo, um dos principais “Tigres Asiáticos”. Há interesse em avaliar o comportamento do índice Chun da bolsa da capital de Chung Kuo, que tem uma estrutura semelhante ao IBOVESPA, sendo medido em pontos. Há uma série de valores mensais em milhares de pontos (de fechamento dos meses), de janeiro de 1998 até dezembro de 2015 (216 períodos), disponível no ambiente virtual. Vocês precisam fazer previsões confiáveis sobre os valores do índice em 2016. **RECOMENDAÇÃO IMPORTANTE:** use uma planilha eletrônica para resolver este exercício.

a) Construa um gráfico de linhas da série do índice Chun.

b) Adicione as tendências dos modelos linear, logarítmico, polinômio de 2º grau, potência e exponencial ao gráfico do item a (use uma planilha eletrônica como o Microsoft Excel ®).

c) Faça a previsão da tendência de janeiro de 1998 (período 1) a dezembro de 2015 (período 216) pelos cinco modelos obtidos no item b.

d) Calcule as medidas de acuracidade dos cinco modelos (EAM, EQM, e EPAM, o erro será a diferença entre o valor da série e as previsões de tendência através de cada modelo) e escolha qual (linear, logarítmico, polinômio de 2º grau, potência ou exponencial) é o mais apropriado para representar a tendência da série do índice Chun. **JUSTIFIQUE.**

e) Obtenha os 12 índices sazonais da série para o modelo *aditivo* usando o procedimento visto na seção 5.3. Com base nos valores obtidos há evidência de influência de sazonalidade na série temporal pelo modelo aditivo? **JUSTIFIQUE.**

f) Obtenha os 12 índices sazonais da série para o modelo *multiplicativo* usando o procedimento visto na seção 5.3. Com base nos valores obtidos há evidência de influência de sazonalidade na série temporal pelo modelo multiplicativo? **JUSTIFIQUE.**

g) Obtenha as componentes cíclica e irregular da série para o modelo *aditivo* usando o procedimento visto na seção 5.4. Construa um gráfico de linhas com os resultados obtidos. Com base neste gráfico há evidência de influência de ciclos na série temporal pelo modelo aditivo? **JUSTIFIQUE.** Se houver regularidade nos ciclos identifique a extensão dos períodos de alta e de baixa e calcule índices cíclicos que os representem (medianas de todos os períodos de alta e de todos os períodos de baixa, respectivamente).

h) Obtenha as componentes cíclica e irregular da série para o modelo *multiplicativo* usando o procedimento visto na seção 5.4. Construa um gráfico de linhas com os resultados obtidos. Com base neste gráfico há evidência de influência de ciclos na série temporal pelo modelo aditivo? JUSTIFIQUE. Se houver regularidade nos ciclos identifique a extensão dos períodos de alta e de baixa e calcule índices cíclicos que os representem (medianas de todos os períodos de alta e de todos os períodos de baixa, respectivamente).

i) Utilizando todas as componentes que influenciam a série temporal faça a sua recomposição pelo modelo aditivo: use o modelo de mínimos quadrados com os menores valores das medidas de acuracidade, os índices sazonais pelo modelo aditivo obtidos no item b (se houver influência da sazonalidade) e os índices cíclicos obtidos no item d (se houver influência e regularidade nos ciclos).

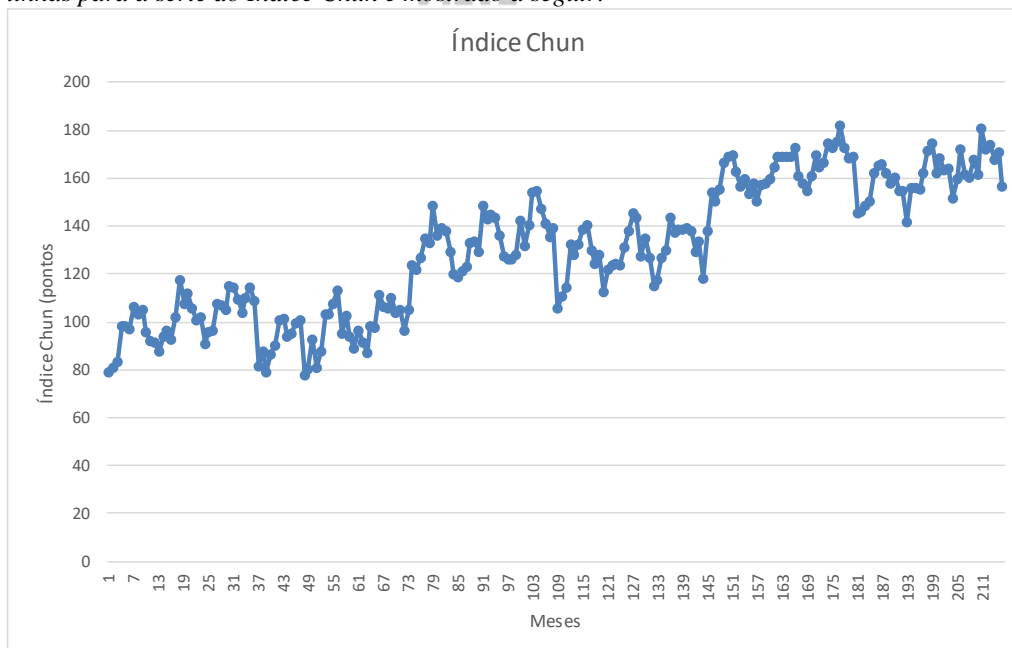
j) Utilizando todas as componentes que influenciam a série temporal faça a sua recomposição pelo modelo multiplicativo: use o modelo de mínimos quadrados com os menores valores das medidas de acuracidade, os índices sazonais pelo modelo aditivo obtidos no item c (se houver influência da sazonalidade) e os índices cíclicos obtidos no item e (se houver influência e regularidade nos ciclos).

k) Calcule as medidas de acuracidade EAM, EQM e EPAM para as recomposições para os modelos aditivo e multiplicativo. Qual dos dois modelos é o mais apropriado para representar a série mensal do índice Chun de janeiro de 1998 a dezembro de 2015? JUSTIFIQUE.

l) Usando o modelo escolhido no item h, com as componentes tendência (o modelo com os menores valores das medidas de acuracidade), sazonalidade (usando os índices sazonais apropriados, se houver sua influência na série) e ciclos (identificando se 2016 será de baixa ou de alta, e usando os índices cíclicos apropriados – do último período completo de baixa ou de alta - se houver sua influência na série) faça as previsões para os doze meses de 2016 (períodos 217 a 228 da série).

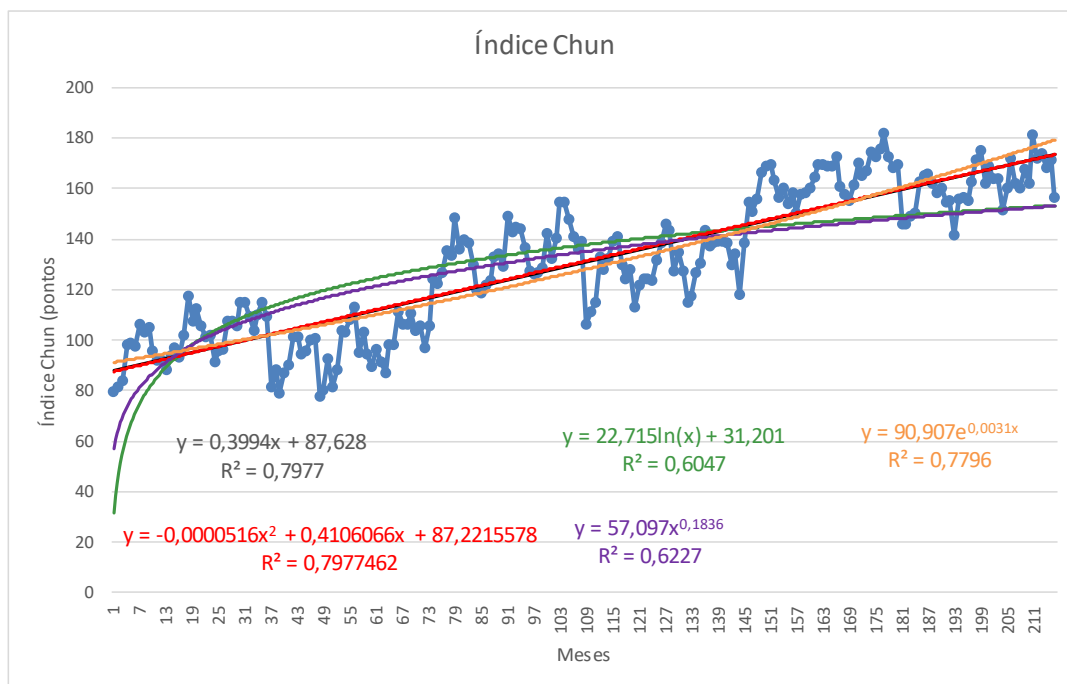
Todos os resultados podem ser vistos no arquivo *Unidade5Atividade_Questao3.xlsx*. A resolução deste exercício sem uso de planilha eletrônica (como o Microsoft Excel ® ou Libre.Office Calc) não é aconselhável.

a) O gráfico de linhas para a série do Índice Chun é mostrado a seguir:



Percebe-se uma tendência de crescimento na série: começa em 80 pontos e termina em 160 pontos.

b) Através de uma planilha eletrônica é possível adicionar linhas de tendência aos dados de um gráfico de linhas. No arquivo *Unidade5Atividade_Questao3.xlsx* é possível ver o gráfico mostrado a seguir:



Observe a superposição entre as linhas de reta (cor preta) e polinômio de 2º grau (cor vermelha)¹. Provavelmente os erros destes dois modelos serão semelhantes.

c) A previsão de tendência pelos cinco modelos é mostrada no arquivo *Unidade5Atividade_Questao3.xlsx*. O x nas fórmulas mostradas no gráfico acima será o período (que varia de 1 a 216).

d) Os erros são calculados através da seguinte expressão:

$$\text{Erro}_{\text{Tendência } i} = \text{Série} - \text{Previsão tendência } i$$

Para cada um dos cinco modelos é preciso calcular o erro acima, e posteriormente o erro absoluto, o erro quadrático e o erro percentual absoluto, para todos os 216 períodos da série. Os resultados podem ser vistos no arquivo *Unidade5Atividade_Questao3.xlsx*. Posteriormente é preciso calcular as médias para cada um dos modelos, conforme a tabela a seguir:

Modelo	EAM	EQM	EPAM
Reta	10,3598146629630	157,2587808160060	8,2559931363192
Logarítmico	14,3208673828396	307,3782836066590	12,2036428111608
Polinômio de 2º grau	10,3598146629630	157,2587808160060	8,2559931363192
Potência	13,4143212185486	261,1630359721020	10,7017723759328
Exponencial	10,6710672162342	165,1708083314350	8,5180708536341

Observe que os erros de reta e polinômio de 2º grau são iguais e são menores do que os dos outros modelos. Lembrando da Unidade 4, quando dois modelos tinham desempenho semelhante deve ser usado o princípio da parcimônia: o modelo mais simples deve ser escolhido, a reta.

Assim a tendência da série poderá ser retratada por $\text{Tendência}_{\text{período}} = 0,3994 \times \text{Período} + 87,628$

e) Os dados são mensais, então pode haver influência de variações sazonais (DENTRO do ano). Para obter os índices sazonais é preciso primeiramente calcular as médias móveis dos valores da série. Como os dados são mensais as médias móveis irão envolver 12 períodos. Como este número de períodos é PAR, os resultados das médias móveis NÃO serão centralizados: ou seja, seus valores serão registrados em períodos que não existem na série original, inviabilizando a obtenção dos índices sazonais. É necessário então centralizar as médias móveis de 12 períodos, calculando médias móveis de 2 períodos, cujos valores serão então registrados em períodos que existem na série original. O procedimento foi apresentado em detalhes na seção 5.3 para dados trimestrais, vamos apresentar os resultados COMPLETOS para dados mensais estão no arquivo *Unidade5Atividade_Questao3.xlsx*.

Como a série tem 18 anos (1998 a 2015), e devido ao processo de cálculo das médias móveis há $18 - 1 = 17$ índices sazonais para cada mês do ano (17 janeiros, 17 fevereiro, etc.). É preciso obter um representante único para cada um deles.

Vejam os índices sazonais aditivos na tabela abaixo, acompanhados das médias (\bar{x}) de cada um deles:

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	-10,76	-8,30292	-16,9067	-13,065	-2,39417	-11,1133	-12,2017	-10,8342	-26,5742	-6,59917	-14,6421	-7,43833
2	-5,21542	-7,96583	-9,44375	-1,82833	-6,84542	4,71625	-9,66083	-11,0092	-20,2513	-5,00625	-4,75083	6,599167
3	-2,99208	3,389167	-17,3571	-14,2171	-11,6013	0,207917	-8,50792	-9,9275	-15,2542	-4,65042	-1,67333	1,08

¹ Não esquecer que a reta é um caso particular do polinômio de 2º grau em que o coeficiente de x^2 vale zero.

4	-6,79917	2,643333	-8,645	-7,47875	-1,03083	2,35375	0,777083	3,988333	4,294167	-5,49042	11,50708	3,789583
5	1,3225	-0,085	-4,44875	8,163333	-1,9625	8,305833	1,13875	-6,05333	0,454167	1,860417	5,25625	12,66875
6	16,61083	8,280417	8,500833	7,83375	10,60208	4,280417	-4,0225	1,984583	6,45625	8,565833	6,054167	12,6725
7	11,72042	6,289167	7,878333	10,21083	11,17625	5,098333	18,05958	14,7025	16,19083	13,29292	16,2325	5,325833
8	7,600417	10,53375	3,630833	2,751667	15,93458	2,960833	5,28625	8,504167	17,99167	13,81417	14,03	3,656667
9	8,387083	3,498333	-0,49958	3,844583	-2,15375	4,4475	8,546667	9,91	11,99042	1,99125	-2,42542	0,76625
10	-1,34708	-2,20333	7,8575	7,885	4,836667	-4,72792	7,0375	8,260833	6,671667	-3,30917	4,005833	-9,34667
11	-4,76542	-2,025	13,96833	8,205833	-4,03083	-5,75333	-1,70375	0,5575	1,877083	0,600833	-4,98208	-6,78375
12	-6,33208	-12,9658	9,352917	-15,2817	-9,17542	-16,875	-11,1963	-8,69042	5,654583	-15,2046	-17,3292	-24,8896
13	-10,76	-8,30292	-16,9067	-13,065	-2,39417	-11,1133	-12,2017	-10,8342	-26,5742	-6,59917	-14,6421	-7,43833
14	-5,21542	-7,96583	-9,44375	-1,82833	-6,84542	4,71625	-9,66083	-11,0092	-20,2513	-5,00625	-4,75083	6,599167
15	-2,99208	3,389167	-17,3571	-14,2171	-11,6013	0,207917	-8,50792	-9,9275	-15,2542	-4,65042	-1,67333	1,08
16	-6,79917	2,643333	-8,645	-7,47875	-1,03083	2,35375	0,777083	3,988333	4,294167	-5,49042	11,50708	3,789583
17	1,3225	-0,085	-4,44875	8,163333	-1,9625	8,305833	1,13875	-6,05333	0,454167	1,860417	5,25625	12,66875
\bar{x}	-11,7898	-5,34564	-5,91549	-1,4325	2,037255	6,663824	10,60767	7,561789	4,212353	2,511324	-0,89319	-8,4027

A soma das médias dos índices sazonais precisa ser igual a zero no modelo aditivo: a soma é igual -0,18505, portanto é preciso fazer uma correção, dividindo a soma pela ordem da sazonalidade (12), e o resultado será subtraído de cada uma das médias:

$$\text{Excesso} = -0,18505/12 = -0,01542$$

Os resultados podem ser vistos na tabela a seguir:

Mês	Médias dos índices sazonais aditivos	Correção	Índices sazonais aditivos
Janeiro	-11,78975	-0,01542	-11,77433
Fevereiro	-5,34564	-0,01542	-5,33022
Março	-5,91549	-0,01542	-5,90007
Abril	-1,43250	-0,01542	-1,41708
Mai	2,03725	-0,01542	2,05268
Junho	6,66382	-0,01542	6,67924
Julho	10,60767	-0,01542	10,62309
Agosto	7,56179	-0,01542	7,57721
Setembro	4,21235	-0,01542	4,22777
Outubro	2,51132	-0,01542	2,52674
Novembro	-0,89319	-0,01542	-0,87777
Dezembro	-8,40270	-0,01542	-8,38728

Agora a soma dos índices é igual a zero, os índices podem ser interpretados.

HÁ influência de sazonalidade na série mensal do Índice Chun de 1998 a 2015 porque os índices sazonais pelo modelo aditivo afastam-se consideravelmente de zero (considerado o neutro no modelo aditivo, e a indicação de inexistência de sazonalidade). No mês de janeiro o índice está 11,77 pontos ABAIXO da média mensal, enquanto no mês de julho está 10,62 ACIMA da média mensal, indicando uma forte flutuação dentro do ano².

c) Usando os índices calculados anteriormente na tabela que contém as médias móveis.

Para o modelo multiplicativo é preciso calcular a média INTERNA (excluindo os valores máximo e mínimo) dos índices sazonais (vejam os procedimentos em Unidade5Atividade_Questão3.xlsx), os resultados na tabela a seguir:

	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	0,891	0,920	0,829	0,860	0,976	0,905	0,907	0,921	0,800	0,949	0,889	0,949
2	0,947	0,924	0,903	0,981	0,930	1,039	0,926	0,920	0,846	0,961	0,964	1,045
3	0,970	1,032	0,820	0,851	0,882	1,002	0,936	0,928	0,883	0,964	0,987	1,007
4	0,932	1,025	0,910	0,922	0,990	1,019	1,006	1,029	1,033	0,958	1,087	1,025
5	1,013	0,999	0,953	1,086	0,980	1,065	1,009	0,956	1,004	1,014	1,040	1,082
6	1,164	1,078	1,092	1,082	1,105	1,033	0,970	1,014	1,051	1,066	1,046	1,081
7	1,124	1,062	1,074	1,112	1,116	1,050	1,138	1,110	1,117	1,106	1,125	1,040
8	1,079	1,104	1,034	1,030	1,164	1,029	1,040	1,063	1,131	1,109	1,108	1,027
9	1,087	1,034	0,995	1,042	0,978	1,042	1,065	1,073	1,088	1,016	0,981	1,006
10	0,986	0,979	1,077	1,086	1,049	0,956	1,054	1,061	1,050	0,974	1,031	0,933
11	0,951	0,981	1,138	1,089	0,959	0,948	0,987	1,004	1,014	1,005	0,962	0,952
12	0,935	0,875	1,094	0,836	0,907	0,852	0,915	0,936	1,042	0,881	0,869	0,826
13	0,891	0,920	0,829	0,860	0,976	0,905	0,907	0,921	0,800	0,949	0,889	0,949
14	0,947	0,924	0,903	0,981	0,930	1,039	0,926	0,920	0,846	0,961	0,964	1,045
15	0,970	1,032	0,820	0,851	0,882	1,002	0,936	0,928	0,883	0,964	0,987	1,007
16	0,932	1,025	0,910	0,922	0,990	1,019	1,006	1,029	1,033	0,958	1,087	1,025

² A flutuação pode ser considerada grande por que para a escala dos dados flutuações em torno de 10 pontos no índice corresponde a mais de 10% da média do índice no período.

17	1,013	0,999	0,953	1,086	0,980	1,065	1,009	0,956	1,004	1,014	1,040	1,082
Média interna	0,910	0,958	0,953	0,986	1,014	1,054	1,086	1,060	1,032	1,021	0,989	0,928

A soma das médias dos índices sazonais precisa ser igual a 12 (ordem da sazonalidade, que no presente caso é mensal) no modelo multiplicativo: a soma é igual 11,991, portanto é preciso fazer uma correção, dividindo o resultado da soma menos 12 pela ordem da sazonalidade (12): $\text{Excesso} = (11,991 - 12)/12 = -0,00073$

E este excesso será subtraído de 1 para obter o fator de correção: $\text{Fator} = 1 - (-0,00073) = 1,00073$. Este fator será multiplicado por cada uma das médias internas.

Os resultados podem ser vistos na tabela a seguir:

Mês	Médias internas dos índices sazonais multiplicativos	Fator	Índices sazonais multiplicativos
Janeiro	0,910	1,00073	0,91079
Fevereiro	0,958	1,00073	0,95880
Março	0,953	1,00073	0,95345
Abril	0,986	1,00073	0,98662
Maio	1,014	1,00073	1,01495
Junho	1,054	1,00073	1,05456
Julho	1,086	1,00073	1,08668
Agosto	1,060	1,00073	1,06036
Setembro	1,032	1,00073	1,03257
Outubro	1,021	1,00073	1,02209
Novembro	0,989	1,00073	0,98996
Dezembro	0,928	1,00073	0,92918

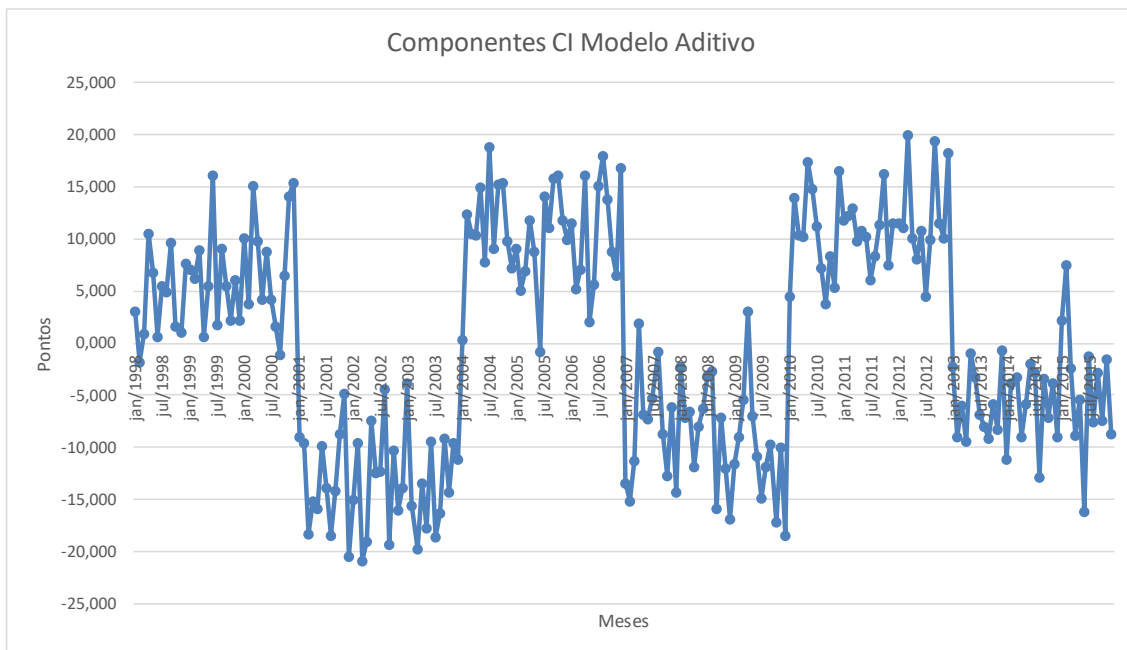
Agora a soma dos índices é igual a 12, os índices podem ser interpretados.

HÁ influência de sazonalidade na série mensal do Índice Chun de 1998 a 2015 porque os índices sazonais pelo modelo multiplicativo afastam-se consideravelmente de 1 (considerado o neutro no modelo multiplicativo, e a indicação de inexistência de sazonalidade). No mês de janeiro o índice está $(0,91079 - 1) \times 100 = -8,921\%$, portanto 8,921% ABAIXO da média mensal, enquanto no mês de julho está $(1,08668 - 1) \times 100 = 8,668\%$, portanto 8,668% ACIMA da média mensal, indicando uma flutuação dentro do ano (admite-se que há influência da sazonalidade quando as flutuações são maiores do que 5% em torno da média mensal).

d) Pelo modelo aditivo a obtenção das componentes cíclicas e irregulares é feita da seguinte forma:

$$CI = Y(\text{série original}) - T - S$$

Os valores originais da série, a tendência por equação e os índices sazonais aditivos encontram-se disponíveis, basta obter as componentes CI, os resultados completos estão no arquivo Unidade5Atividade_Questão3.xlsx. O gráfico de linhas é apresentado a seguir.



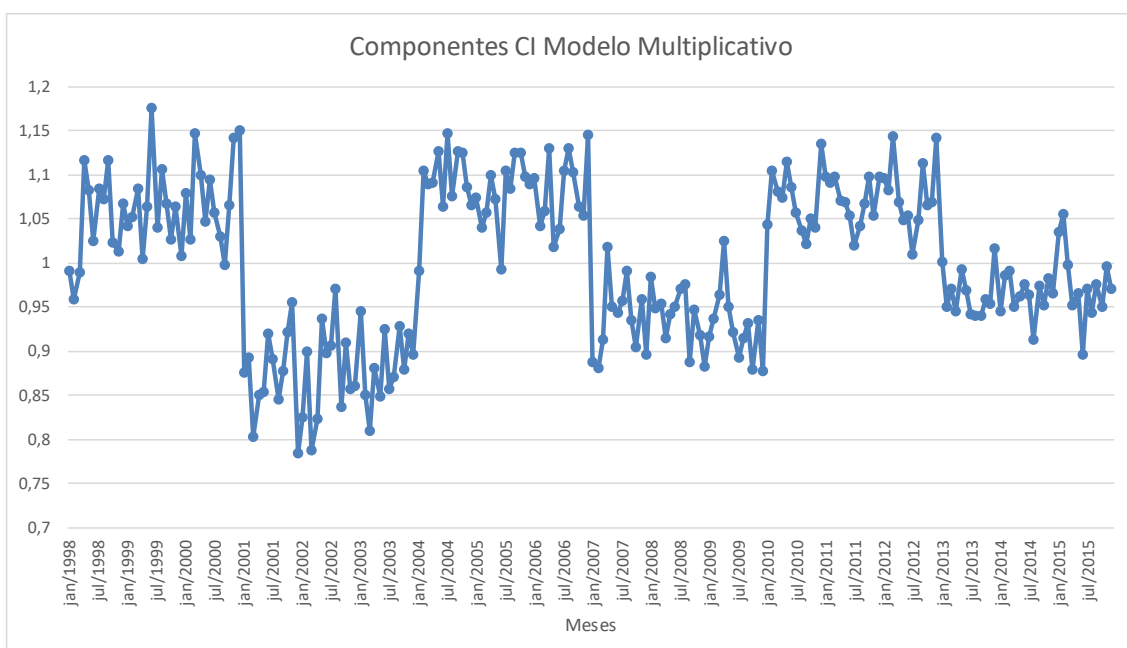
Pela observação do gráfico acima observa-se que **HÁ influência de ciclos** na série do Índice Chun de 1998 a 2015 pelo modelo aditivo, porque **HÁ ALTERNÂNCIA SISTEMÁTICA** entre valores maiores e menores do que zero, por períodos maiores do que um ano. De janeiro de 1998 ao fim de 2000 os valores de CI estão majoritariamente acima de zero (em torno de 5,0), de 2001 a 2003 abaixo de zero (em torno de -15), de 2004 a 2006 acima de zero (agora em torno de 10), de 2007 a 2009 abaixo de zero (agora em torno de -10), de 2010 a 2012 acima de zero (novamente em torno de 10), e finalmente de 2013 a 2015 abaixo de zero (agora em torno de -5). Em suma, há ciclos de três anos de alta e três ciclos de baixa. Se a estrutura da série se mantiver os anos de 2016, 2017, e 2018 devem ser anos de alta novamente.

Menezes
Reis

e) Pelo modelo multiplicativo a obtenção das componentes cíclicas e irregulares é feita da seguinte forma:

$$CI = Y(\text{série original}) / (T \times S)$$

Os valores originais da série, a tendência por equação e os índices sazonais multiplicativos encontram-se disponíveis, basta obter as componentes CI. Os resultados completos são mostrados no arquivo *Unidade5Atividade_Questão3.xlsx*, e a seguir é apresentado o gráfico de linhas.



Pela observação do gráfico acima observa-se que HÁ influência de ciclos na série do Índice Chun de 1998 a 2015 pelo modelo multiplicativo, porque HÁ ALTERNÂNCIA SISTEMÁTICA entre valores maiores e menores do que 1, por períodos maiores do que um ano. De janeiro de 1998 ao fim de 2000 os valores de CI estão majoritariamente acima de 1 (em torno de 1,05), de 2001 a 2003 abaixo de 1 (em torno de 0,9), de 2004 a 2006 acima de 1 (agora em torno de 1,1), de 2007 a 2009 abaixo de 1 (agora em torno de 0,95), de 2010 a 2012 acima de 1 (novamente em torno de 1,05), e finalmente de 2013 a 2015 abaixo de 1 (novamente em torno de 0,95). Em suma, há ciclos de três anos de alta e três ciclos de baixa. Se a estrutura da série se mantiver os anos de 2016, 2017, e 2018 devem ser anos de alta novamente.

f) A recomposição da série pelo modelo aditivo deve incluir a tendência (pelo modelo de reta), os índices sazonais (porque constatou-se a existência de influência de sazonalidade na série) e os índices de ciclos (porque constatou-se a existência de influência de ciclos na série). Foram obtidos índices de ciclos: um para os ciclos de alta e outro para os ciclos de baixa, calculando as medianas dos valores de CI para todos os períodos de alta e de baixa, respectivamente. Então a recomposição será: $\hat{Y} = T + S + C$. Os resultados podem ser vistos em Unidade5Atividade_Questão3.xlsx.

g) A recomposição da série pelo modelo multiplicativo deve incluir apenas a tendência (pelo modelo de reta) e os índices sazonais (porque constatou-se a existência de influência de sazonalidade na série) e os índices de ciclos (porque constatou-se a existência de influência de ciclos na série). Foram obtidos novamente índices de ciclos: um para os ciclos de alta e outro para os ciclos de baixa, calculando as medianas dos valores de CI para todos os períodos de alta e de baixa, respectivamente. Então a recomposição será: $\hat{Y} = T \times S \times C$. Os resultados podem ser vistos em Unidade5Atividade_Questão3.xlsx.

h) A obtenção das medidas de acuracidade exige o cálculo dos erros absolutos, erros quadráticos e erros percentuais absolutos para cada modelo. A base de tudo é o erro, a diferença entre o valor original da série e o valor recomposto. Os resultados completos podem ser vistos em Unidade5Atividade_Questão3.xlsx.

Os resultados completos para o modelo multiplicativo também podem ser vistos em Unidade5Atividade_Questão3.xlsx.

Apresentando agora as tabelas com as médias dos erros para cada modelo:

Modelo	EAM	EQM	EPAM
Aditivo	4,320821342	29,287395	3,59578
Multiplicativo	4,765567126	35,542713	3,93572

Observa-se que EAM, EQM e EPAM são mais próximos de zero (menores) no modelo aditivo, indicando que este é o mais apropriado para descrever a série mensal do Índice Chun de 1998 a 2015.

i) Como há influência de ciclos na série e 2016 deve ser ano de alta. Inclui-se na previsão a tendência (por reta), os índices sazonais (já que foi constatada a influência de sazonalidade na série) e a mediana de CI do último ciclo completo de alta, de 2010 a 2012 (porque constatou-se influência de ciclos na série). Os resultados completos serão mostrados abaixo (podem ser vistos também em Unidade5Atividade_Questão3.xlsx).

Mês	Período	Tendência (reta)	Índices sazonais aditivos	Índice de ciclo de alta para previsão (aditivo)	Previsão (modelo aditivo)
jan/2016	217	174,2978	-11,77433	10,83154	173,35501
fev/2016	218	174,6972	-5,33022	10,83154	180,19852
mar/2016	219	175,0966	-5,90007	10,83154	180,02807
abr/2016	220	175,496	-1,41708	10,83154	184,91046
mai/2016	221	175,8954	2,05268	10,83154	188,77962
jun/2016	222	176,2948	6,67924	10,83154	193,80558
jul/2016	223	176,6942	10,62309	10,83154	198,14883
ago/2016	224	177,0936	7,57721	10,83154	195,50235
set/2016	225	177,493	4,22777	10,83154	192,55231
out/2016	226	177,8924	2,52674	10,83154	191,25068

<i>nov/2016</i>	<i>227</i>	<i>178,2918</i>	<i>-0,87777</i>	<i>10,83154</i>	<i>188,24557</i>
<i>dez/2016</i>	<i>228</i>	<i>178,6912</i>	<i>-8,38728</i>	<i>10,83154</i>	<i>181,13546</i>



**Marcelo
Menezes
Reis**