Universidade Federal de Santa Catarina
Pró-Reitoria de Ensino de Graduação
Departamento de Ensino de Graduação a Distância
Centro Sócio-Econômico
Departamento de Ciências da Administração

Teoria dos Jogos

Professor

Samuel Façanha Câmara

2011

C172t Câmara, Samuel Façanha

Teoria dos jogos / Samuel Façanha Câmara. – Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/UFSC, 2011.

92p.

Inclui bibliografia

Curso de Graduação em Administração, modalidade a Distância

ISBN: 978-85-7988-113-8

1. Teoria dos jogos. 2. Economia gerencial. 3. Economia matemática. 4. Educação a distância. I. Título.

CDU: 65.012.122.3

Catalogação na publicação por: Onélia Silva Guimarães CRB-14/071

PRESIDENTA DA REPÚBLICA – *Dilma Vana Rousseff*

MINISTRO DA EDUCAÇÃO – *Fernando Haddad*

DIRETOR DO DEPARTAMENTO DE POLÍTICAS EM EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA – *Hélio Chaves Filho*

COORDENADOR DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR – *Jorge Almeida Guimarães*

DIRETORIA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

REITOR – *Alvaro Toubes Prata*

VICE-REITOR – *Carlos Alberto Justo da Silva*

PRÓ-REITORA DE ENSINO DE GRADUAÇÃO – *Yara Maria Rauh Muller*

COORDENADOR DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA – *Carlos Pinto*

COORDENADOR UAB – *Cícero Ricardo França Barbosa*

CENTRO SÓCIO-ECONÔMICO

DIRETOR – *Ricardo José Araújo Oliveira*

VICE-DIRETOR – *Alexandre Marino Costa*

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DA ADMINISTRAÇÃO

CHEFE DO DEPARTAMENTO – *Gilberto de Oliveira Moritz*

SUBCHEFE DO DEPARTAMENTO – *Marcos Baptista Lopez Dalmau*

COORDENADOR DE CURSO – *Rogério da Silva Nunes*

SUBCOORDENADOR DE CURSO – *Sinésio Stefano Dubiela Ostroski*

COMISSÃO DE PLANEJAMENTO, ORGANIZAÇÃO E FUNCIONAMENTO

Alexandre Marino Costa (Presidente)
Gilberto de Oliveira Moritz
Luiz Salgado Klaes
Marcos Baptista Lopez Dalmau
Maurício Fernandes Pereira
Raimundo Nonato de Oliveira Lima

COORDENADOR DE TUTORIA – *Marilda Todescat*

COORDENADOR DE POLOS – *Luiz Salgado Klaes*

SUBCOORDENADOR DE POLOS – *Allan Augusto Platt*

COORDENADOR ACADÊMICO – *Irineu Manoel de Souza*

COORDENADOR DE APOIO E ASSESSORAMENTO PEDAGÓGICO – *Raimundo Nonato de Oliveira Lima*

COORDENADOR FINANCEIRO – *Alexandre Marino Costa*

COORDENADOR DE AMBIENTE VIRTUAL DE ENSINO-APRENDIZAGEM (AVEA) – *Mário de Souza Almeida*

COORDENADOR EDITORIAL – *Luís Moretto Neto*

COMISSÃO EDITORIAL E DE REVISÃO – *Alessandra de Linhares Jacobsen*
Mauricio Roque Serva de Oliveira
Paulo Otolini Garrido
Claudelino Martins Dias Junior

COORDENAÇÃO DE PRODUÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS – *Denise Aparecida Bunn*

DESIGN INSTRUCIONAL – *Denise Aparecida Bunn*
Patrícia Regina da Costa

PROJETO GRÁFICO E DIAGRAMAÇÃO – *Annye Cristiny Tessaro*

REVISÃO DE PORTUGUÊS – *Patrícia Regina da Costa*

ORGANIZAÇÃO DO CONTEÚDO – *Samuel Façanha Câmara (UECE)*

COLABORAÇÃO – *Rodrigo Santos Melo*

POLOS DE APOIO PRESENCIAL

CRUZEIRO DO OESTE – PR
PREFEITO – *Zeca Dirceu*
COORDENADORA DE POLO – *Maria Florinda Santos Risseto*

CIDADE GAUCHA – PR
PREFEITO – *Vitor Manoel Alcobia Leitão*
COORDENADORA DE POLO – *Eliane da Silva Ribeiro*

PARANAGUA – PR
PREFEITO – *José Baka Filho*
COORDENADORA DE POLO – *Meire A. Xavier Nascimento*

HULHA NEGRA – RS
PREFEITO – *Carlos Renato Teixeira Machado*
COORDENADORA DE POLO – *Margarida de Souza Corrêa*

JACUIZINHO – RS
PREFEITO – *Diniz José Fernandes*
COORDENADORA DE POLO – *Jaqueline Konzen de Oliveira*

TIO HUGO – RS
PREFEITO – *Verno Aldair Muller*
COORDENADORA DE POLO – *Fabiane Kuhn*

SEBERI – RS
PREFEITO – *Marcelino Galvão Bueno Sobrinho*
COORDENADORA DE POLO – *Ana Lúcia Rodrigues Guterra*

TAPEJARA – RS
PREFEITO – *Seger Luiz Menegaz*
COORDENADORA DE POLO – *Loreci Maria Biasi*

SÃO FRANCISCO DE PAULA – RS
PREFEITO – *Décio Antônio Colla*
COORDENADORA DE POLO – *Maria Lúcia da Silva Teixeira*

MATA DE SÃO JOÃO – BA
PREFEITO – *João Gualberto Vasconcelos*
COORDENADORA DE POLO – *Julieta Silva de Andrade*

BOA VISTA – RR
PREFEITO – *Iradilson Sampaio de Souza*
COORDENADORA DE POLO – *Débora Soares Alexandre Melo Silva*

BONFIM – RR
PREFEITO – *Rhomer de Sousa Lima*
COORDENADORA DE POLO – *Tarcila Vieira Souza*

MUCAJAÍ – RR
PREFEITO – *Elton Vieira Lopes*
COORDENADORA DE POLO – *Ronilda Rodrigues Silva Torres*

CAROEBE – RR
PREFEITO – *Arnaldo Muniz de Souza*
COORDENADOR DE POLO – *José Francisco Soares dos Santos*

UIRAMUTÃ – RR
PREFEITO – *Eliésio Cavalcante de Lima*
COORDENADOR DE POLO – *José Francisco Franco dos Santos*

CHAPECÓ – SC
PREFEITO – *João Rodrigues*
COORDENADORA DE POLO – *Maria de Lurdes Lamaison*

CANOINHAS – SC
PREFEITO – *Leoberto Weinert*
COORDENADORA DE POLO – *Sonia Sacheti*

JOINVILLE – SC
PREFEITO – *Carlito Merss*
COORDENADORA DE POLO – *a definir*

FLORIANÓPOLIS – SC
PREFEITO – *Dário Elias Berger*
COORDENADOR DE POLO – *Allan Augusto Platt*

PALHOÇA – SC
PREFEITO – *Ronério Heiderscheidt*
COORDENADORA DE POLO – *Luzinete Barbosa*

LAGUNA – SC
PREFEITO – *Celio Antônio*
COORDENADORA DE POLO – *Maria de Lourdes Corrêa*

TUBARÃO – SC
PREFEITO – *Manoel Antonio Bertoncini Silva*
COORDENADORA DE POLO – *Flora M. Mendonça Figueiredo*

CRICIÚMA – SC
PREFEITO – *Clésio Salvaro*
COORDENADOR DE POLO – *Júlio César Viana*

ARARANGUÁ – SC
PREFEITO – *Mariano Mazzuco Neto*
COORDENADORA DE POLO – *Conceição Pereira José*

LAGES – SC
PREFEITO – *Renato Nunes de Oliveira*
COORDENADORA DE POLO – *Marilene Alves Silva*

Apresentação

Caro estudante,

Você encontrará neste texto conteúdos sobre a Teoria dos Jogos e uma abordagem teórica sobre questões que lidam com interações estratégicas e que precisam ser analisadas de maneira formal para que as decisões sejam planejadas de forma mais acertada possível, maximizando o interesse das empresas (valor, lucro, fatia de mercado). A Teoria dos Jogos representa uma importante ferramenta de análise que pode auxiliar você, como gestor, em diversas situações que envolvem decisões estratégicas, que de alguma forma afetam outras empresas e agentes econômicos.

Assim, o texto que está sendo apresentado aqui tem como objetivo proporcionar você a oportunidade de conhecer a Teoria dos Jogos e suas aplicações para auxiliar as decisões nas organizações. O material está dividido em quatro Unidades: as duas primeiras apresentam os conceitos básicos e os instrumentos de formalização e de compreensão dos jogos e as duas últimas apresentam jogos de diversos tipos e suas aplicações.

Na primeira Unidade, você encontrará os fundamentos da Teoria dos Jogos, seu histórico com os principais autores e pesquisadores que contribuíram para sua formação, sua natureza e limite, além das questões envolvendo o princípio da racionalidade dos jogadores e da definição de um jogo.

Na segunda Unidade, você aprenderá como representar formalmente um jogo, sua modelagem, ou seja, como um jogo deve ser formatado, quais seus principais elementos. Conhecerá, também, as diferenças entre duas representações típicas da Teoria dos Jogos: i) jogos simultâneos; e ii) jogos sequenciais.

Na terceira Unidade, você verá exemplos clássicos de jogos que ilustram diversos comportamentos estratégicos que podem ser identificados no dia a dia das empresas, e que podem ser analisados de diversas formas, incluindo exemplos muito conhecidos como: o dilema dos prisioneiros, o jogo do galinha e os jogos de barganha.

Na última e quarta Unidade, você será apresentado aos chamados jogos cooperativos, que contemporaneamente representam as possibilidades de alianças estratégicas entre as empresas, como, por exemplo, dividir o investimento em pesquisa e desenvolvimento de novos produtos.

Esperamos que você aproveite a leitura e retire deste estudo um valioso aprendizado para as decisões que tomará como administrador no futuro.

Professor Samuel Façanha Câmara

Sumário

1

UNIDADE

Fundamentos da Teoria dos Jogos

Objetivo

Nesta Unidade, você será apresentado à Teoria dos Jogos, sua origem, princípios e conceitos básicos. Você aprenderá como a Teoria dos Jogos vem sendo desenvolvida ao longo dos anos e quais as suas principais contribuições para as Ciências como: a Matemática, a Computação, a Medicina, a Economia e a Administração. Também entenderá como a Teoria dos Jogos é estruturada e quais elementos são necessários para sua aplicação na gestão estratégica das organizações.

Intodução

Olá estudante,

Estamos iniciando a primeira Unidade que abordará, ao longo do texto, a Teoria dos Jogos e sua aplicação na Administração. É importante reconhecermos a importância deste estudo para os gestores, principalmente, na formulação e na implementação de suas estratégias. Nesse caso, podemos dizer que a Teoria dos Jogos servirá para que você construa modelos analíticos de situações que, normalmente, os administradores se deparam em seu dia a dia. Tais situações envolvem decisões estratégicas que terão efeito sobre outro agente econômico (outro jogador) que poderá reagir a essa estratégia.

A Teoria dos Jogos, portanto, dificilmente poderá ser usada como ferramenta gerencial prática, como um fluxo de caixa, um plano de marketing ou um sistema orçamentário. A abordagem que ora começamos a desvendar se presta principalmente à formação de modelos mentais ou formais que podem ajudar os administradores a entenderem os efeitos de suas decisões e a se posicionarem estrategicamente.

Você verá como formalizar esses jogos, em uma abordagem simples, considerando principalmente a formalização visual, através de tabelas e esquemas de decisões, chamados de árvores de decisão. Embora boa parte das discussões sobre Teoria dos Jogos se dê no campo teórico, como era de se esperar na apresentação de uma teoria, teremos a oportunidade de conhecer vários exemplos clássicos e propostas de jogos aplicados às realidades empresariais.

Então, mãos à obra.

Breve Histórico da Teoria dos Jogos

Estamos iniciando a primeira Unidade da disciplina *Teoria dos Jogos*, o objetivo é apresentar um breve histórico desta disciplina, os pesquisadores que mais contribuíram para a evolução dessa teoria e a relevância do estudo para as demais Ciências.

Seja bem-vindo e bons estudos!

O primeiro registro sobre Teoria dos Jogos remonta ao Século XVIII: através de uma correspondência dirigida a Nicolas Bernoulli, em que James Waldegrave analisa um jogo de cartas chamado *Le Her* e fornece uma solução que é um equilíbrio de estratégia mista, cujo significado nós veremos mais adiante. Em 1838, o matemático, filósofo e economista francês Antoine Auguste Cournot (1801–1877) publicou uma análise do comportamento de duas empresas, conhecida como o Modelo de Cournot. Em 1913, Ernst Zamelo publicou o primeiro teorema matemático da Teoria dos Jogos. Esse teorema, aplicado a um jogo de xadrez, mostra que em cada um dos estágios do jogo pelo menos um dos dois jogadores tem uma estratégia em mão que o conduzirá à vitória ou ao empate. O matemático Emile Bordel também contribuiu para a teoria através da publicação de quatro artigos sobre jogos estratégicos em economia e nas guerras e ao reinventar as soluções *minimax*, que serão tratadas mais adiante.

No Século XX ocorreu uma grande evolução na Teoria dos Jogos do ponto de vista teórico. Em 1928, o matemático John von Neumann publicou um artigo demonstrando que todo jogo finito de soma zero (jogos nos quais um perde para que o outro ganhe), com duas pessoas, possui solução com estratégias mistas, tais estratégias serão mostradas mais adiante. Em 1944, o mesmo matemático, considerado o coinventor do computador moderno, publicou o livro *Theory of Games and Economic Behavior*, escrito em parceria com o economista Oskar Morgenstein. O livro é considerado o trabalho que estabeleceu a Teoria dos Jogos como campo de estudo. A teoria proposta funciona como uma ferramenta para entender o processo de tomada de decisões e contribui, entre outras áreas, como a administrativa, tendo lançado uma nova luz a velhos problemas e a dinâmicas que, na época, nem sequer sabíamos existirem.

O matemático John Forbes Nash Júnior contribuiu de maneira fundamental para a Teoria dos Jogos ao desenvolver o chamado Equilíbrio de Nash, mostrando que nem todos os jogos são de soma zero, ou seja, nem sempre o ganho de um jogador representa a perda do outro. Para Nash, existem situações em que todas as estratégias adotadas por todos os jogadores são as melhores respostas possíveis, portanto, nenhum dos jogadores se sente motivado para mudar.

Saiba mais...

Assista ao filme *Uma Mente Brilhante*, dirigido por Ron Howard, que apresenta a história de John Nash, nascido em 13 de junho de 1928, em Bluefield, West Virgínia, nos Estados Unidos. Professor da Universidade de Princeton, em Nova Jersey, foi diagnosticado como esquizofrênico pelos médicos, mas devido a sua genialidade e contribuição para a ciência foi agraciado com um Prêmio Nobel. O filme é estrelado por Russell Crowe e ganhou quatro *Oscars*. Saiba mais sobre o filme nos *sites* a seguir: <http://www.cinepop.com.br/filmes/mentebrilhante.htm>; <http://www.adorocinema.com.br/filmes/mente-brilhante/mente-brilhante.asp>; ou <http://www.cineplayers.com/filme.php?id=254>. Acessos em: 13 maio 2011.

Em 1950, John Nash publicou quatro artigos importantes para a Teoria dos Jogos não cooperativos e para a Teoria de Barganha, tais jogos serão apresentados a você mais adiante. Nos artigos *Equilibrium Points in n-Person Games* e *Non-cooperative Games*, Nash provou a existência de um equilíbrio de estratégias mistas para jogos não cooperativos, denominado Equilíbrio de Nash, e sugeriu uma abordagem de estudo de jogos cooperativos a partir de sua redução para a forma não cooperativa. Nos artigos *The Bargain Problem* e *Two-Person Cooperative Games*, ele criou a Teoria da Barganha e provou a existência da solução de Nash para a barganha.

Em 1994, John Nash (Universidade de Princeton), John Harsanyi (Universidade de Berkeley – Califórnia) e Reinhard Selten (Universidade de Bonn – Alemanha) ganharam o Prêmio Nobel de Economia pela análise pioneira sobre equilíbrio na Teoria dos Jogos não cooperativos, ao desenvolverem uma teoria matemática sobre estratégias que ajudaria a explicar quando as decisões de cooperação com rivais se mostram uma alternativa mais vantajosa.

Em 2005, Schelling e Aumann repetiram o feito de Nash e também conquistaram o Nobel de Economia em seus trabalhos na área da Teoria dos Jogos. Schelling, de 85 anos, que é professor emérito de economia política da Universidade de Harvard, e também leciona na Universidade de Maryland, ganhou projeção pelo uso da Teoria dos Jogos para explicar tomadas de decisões em conflitos internacionais, como em uma eventual guerra nuclear. Aumann, em seu estudo, teoriza que a cooperação é menos provável quando há vários participantes em um jogo, quando as interações não são frequentes, quando o prazo é curto ou quando as ações dos outros participantes não podem ser observadas com clareza.

Natureza e Limites da Teoria dos Jogos

Você já deve, ao longo de sua vida, ter participado de inúmeros jogos, principalmente daqueles que estão associados às atividades lúdicas de sua infância ou os chamados jogos de azar, como os que utilizam as cartas do baralho. Assim, normalmente, o conceito de jogos com o qual você está acostumado diz respeito aos mencionados anteriormente, contudo o tipo de jogo que você estudará nesta disciplina diz respeito àqueles que envolvem decisões estratégicas entre agentes econômicos.

Saiba mais...

Conheça sobre a infinidade de jogos e aprenda a distinguir aqueles que usam estratégias daqueles que são puramente de azar, acessando o seguinte *site* sobre jogos antigos: <http://www.jogos.antigos.nom.br/>. Acesso em: 13 maio 2011.

Dessa forma, a Teoria dos Jogos estuda os jogos de estratégias que, segundo Fiani (2004, p. 15), são "[...] situações que envolvem interações entre agentes racionais que se comportam estrategicamente e podem ser analisadas formalmente como um jogo". Assim, um jogo daqui por diante será mostrado de maneira formal a partir de sua modelagem e considerando que os agentes ou jogadores agirão e tomarão decisões racionais.

Estratégia – é o plano de ação ou regra para participar de um jogo. Fonte: Pindyck e Rubinfeld (2002).

Modelagem – neste caso, é o processo de formalização do jogo, ou seja, a apresentação de seus jogadores, regras, objetivos e possíveis estratégias em formato de linguagem matemática ou gráfica. Fonte: Elaborado pelo autor.

Você verá que a Teoria dos Jogos utiliza alguns elementos-chave para analisar determinados comportamentos de diferentes jogadores, como empresários, consumidores, governo e empresas. Tais elementos-chave são:

- O Modelo Formal: que é a descrição do jogo, identificando seus jogadores, objetivos, formas de interação, ou seja, suas regras e formas de análise. A maneira como um jogo será representado é de suma importância para seu entendimento e para a identificação de seus possíveis resultados.
- Estratégias: são as possibilidades de ações dos agentes do jogo, que afetam os outros jogadores. Assim, nos jogos que serão analisados pela abordagem apresentada, as ações de um jogador afetam os resultados que o outro poderá obter. Por exemplo: em um mercado pouco concorrencial, como no caso do mercado da aviação, quando uma companhia área resolve diminuir seu preço, fruto de uma promoção, afetará a demanda de passagens de outras companhias no mesmo mercado.
- Jogadores: os jogadores são os agentes econômicos que assumem estratégias e realizam ações (jogadas) que interferem em seus resultados e nos resultados dos demais jogadores.
- Racionalidade: os jogos supõem que seus jogadores buscam objetivos com suas estratégias. Normalmente, o tipo de jogo indica uma espécie de racionalidade esperada ou prescrita.

Porém, você vai se perguntar: porque devo estudar esses jogos e de que forma eles poderão me ajudar como administrador? Na verdade, você notará que a Teoria dos Jogos é uma abordagem de análise dos comportamentos estratégicos entre os agentes econômicos, incluindo o comportamento organizacional.

> Assim, compreender as relações entre os agentes e seus comportamentos estratégicos significa poder se preparar melhor, como tomador de decisão, na hora das práticas gerenciais, em situações que possibilitem interação com outras empresas, consumidores e com o governo.

Assim, ao final deste estudo, você será muito mais capaz de analisar como agir em situações nas quais suas decisões produzirão efeito sobre você, sua empresa e sobre outros agentes, tais como: concorrentes, parceiros e consumidores. Você perceberá que muitas das situações vivenciadas pelas empresas e seus administradores podem ser representadas como um jogo e que essa representação pode se tornar um modelo analítico importante no auxílio às suas decisões como gestor. Nessa linha, são apresentados alguns exemplos que envolvem aplicações da Teoria dos Jogos.

Os jogos usados na administração podem ser aplicados em inúmeras áreas, a seguir são descritas algumas situações que apresentam possibilidade de serem analisadas pela abordagem da Teoria dos Jogos:

- decisão de lançar um produto inovador no mercado contra um produto tradicionalmente muito aceito;
- decisão de cooperar com outras empresas em investimentos para Pesquisa; e
- decisão de elevar ou reduzir o preço em um mercado com poucos concorrentes, além de outros.

Saiba mais...

Assista um vídeo sobre exemplo de aplicação da Teoria dos Jogos, no seguinte *site*: <http://br.youtube.com/watch?v=D-JKKQ5Lnrg>. Acesso em: 3 maio 2011.

Leia um artigo sobre a aplicação da Teoria dos Jogos em nosso cotidiano, publicado na *Revista Super Interessante*, em 2002, no *site*: <http://super.abril.com.br/superarquivo/2002/conteudo_232382.shtml>. Acesso em: 13 maio 2011.

A Questão da Racionalidade

A racionalidade na Teoria dos Jogos é descrita como a habilidade dos jogadores em estabelecer as melhores estratégias para alcançar o máximo de benefícios. Segundo Robbins (2000), os gestores, supostamente, deveriam usar um processo racional de tomada de decisão, ou seja, fazerem escolhas consistentes, maximizando o valor dentro de limitações específicas, que deveria ter as seguintes etapas:

- definição do problema;
- identificação dos critérios de decisão e seus respectivos pesos;
- geração das alternativas e classificação destas em relação a cada critério; e
- escolha da melhor alternativa.

Para que esse modelo possa ter um melhor aproveitamento, é necessário que a situação tenha as seguintes características:

- clareza do problema (descrição objetiva do problema);
- opções conhecidas (critérios e alternativas);
- preferências claras (pesos dos critérios); e
- máxima compensação (benefício) na alternativa escolhida.

> Vale ressaltar, que a abordagem da Teoria dos Jogos, como anteriormente apresentado, requer um padrão racional de atitude dos jogadores. Assim, esperamos que os agentes partícipes dos jogos analisados tenham o chamado comportamento racional.

Segundo Fiani (2004), uma das características fundamentais da Teoria dos Jogos é a presença das interações estratégicas. De acordo com Lessa (1998), as escolhas e decisões dos agentes são frequentemente realizadas coletivamente, no sentido de que os resultados de suas ações isoladas são dependentes de decisões e ações de outros indivíduos com os quais eles interagem. Esse tipo de interação pode ser teoricamente representado como interação estratégica e modelado como um jogo. O que a autora quis dizer é que, por exemplo, se você for um gestor de uma empresa, que participe de um mercado com poucos e importantes competidores, e decidir praticar preços mais baixos, poderá levar os concorrentes a abrirem contra sua empresa uma “guerra de preços”. Assim uma decisão individual causou uma queda coletiva dos preços no mercado.

Saiba mais...

Leia o artigo sobre as diferentes abordagens da racionalidade e da interação estratégica, no seguinte *site*: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0102-69091998000200008&script=sci_arttext>. Acesso em: 13 maio 2011.

Essa racionalidade esperada dos jogadores, na prática, nem sempre ocorre. Inúmeros fatores podem levar os agentes econômicos a estabelecerem estratégias de forma errada. Podemos agir movidos pela emoção sem avaliarmos as consequências de nossas ações. Por exemplo, em empresas familiares é muito comum o apego dos acionistas/quotistas pela organização, impondo vieses de racionalidade na hora de realizar prejuízos (não admitindo a venda da empresa), ou na hora de demitir determinado colaborador que desenvolve suas atividades de forma ineficaz por fazer parte da família. Pense a respeito e veja se você conhece algum caso próximo de você relacionado a tais situações. Acreditamo que é mais comum do que podemos imaginar.

Saiba mais...

Leia o artigo sobre racionalidade e emoção no *site*: <http://www.scielo.br/pdf/ptp/v22n1/29844.pdf>. Acesso em: 13 maio 2011.

Outro desvio da racionalidade esperada dos jogadores que pode ocorrer é o não-levantamento ou o não-uso das informações disponíveis para a escolha da melhor alternativa estratégica. Assim, o jogador pode tomar decisões que não são o melhor caminho para ele atingir o seu objetivo. Normalmente, esse tipo de atitude é conhecida como "agir sem pensar", ou agir sob impulso, não avaliando as alternativas e seus possíveis resultados. Por exemplo, quando você vai comprar um carro usado e se "apaixona" por um modelo que sempre sonhou em ter e ele está com um preço baixo. Sem olhar a mecânica e as condições de sua lataria, impulsivamente você o compra.

Quando os jogadores agem, considerando em suas decisões valores éticos, políticos e religiosos, nem sempre as melhores alternativas são julgadas como tais, por estarem em desacordo com seus valores. Por exemplo, imagine você sendo um gestor de uma banca de revista que tenha uma forte formação religiosa. É muito provável que, mesmo dispensando vendas importantes, se negue a ofertar revistas ou livros com temáticas contrárias aos dogmas de fé de sua religião.

Saiba mais...

Leia o artigo interessante sobre a ética e os valores na gestão de empresas familiares no *site*: <http://www.scielo.br/pdf/prc/v18n2/27475.pdf>. Acesso em: 13 maio 2011.

Você deve ter percebido que os jogadores podem se afastar da racionalidade esperada deles, quando são analisadas situações de decisões estratégicas a partir do formato de jogos. Isso poderia nos levar a minimizar a importância da Teoria dos Jogos na formulação de modelos analíticos em diversos contextos empresariais. Contudo, os agentes não agem sempre fora da racionalidade esperada e, ao contrário é de se esperar que no mundo empresarial, em um sistema competitivo, comportamentos não racionais não sejam premiados. Assim, podemos supor que os jogos empresariais, que interessam a você como um futuro administrador, serão jogados por jogadores racionais.

Além disso, segundo Binmore (1992 *apud* FIANE, 2004), os jogos que devem ser analisados possuem características que tendem a levar a comportamentos racionais, tais como:

- jogos de representações simples e de fácil entendimento;
- os jogadores já jogam esse jogo há algum tempo e já o conhecem bem; e
- os incentivos para jogar são adequadamente estimulantes.

Definição de um Jogo

Segundo Pyndick e Rubinfeld (2002), o jogo é uma situação em que os jogadores (participantes) tomam decisões estratégicas em busca de determinados benefícios. Tais decisões afetam a magnitude dos seus próprios resultados e dos resultados dos outros em um processo interativo. Os resultados dos jogos são denominados de *pay-offs* e o conjunto desses benefícios para as diferentes combinações de estratégias e decisões tomadas pelos jogadores é chamada de matriz de *pay-off*.

Estratégia ótima – é aquela que maximiza o *pay-off* esperado do jogador. Fonte: Varian (1999).

O objetivo crucial da Teoria dos Jogos é identificar e reconhecer a estratégia ótima para cada jogador.

Assim toda situação de decisões estratégicas abordada pela Teoria dos Jogos terá um conjunto de pressupostos:

- os jogadores são racionais;
- as regras do jogo são conhecidas pelos jogadores;
- os jogadores são capazes de avaliar seus *pay-offs* para cada ação; e
- o jogo pode ser expresso de maneira formal.

O primeiro pressuposto já foi bastante discutido anteriormente; o segundo pressuposto diz respeito à possibilidade de aplicação da racionalidade pelos jogadores, ou seja, os jogadores não podem agir racionalmente se não conhecem as regras do jogo, e como regra dos jogos estamos falando das possibilidades de ações a serem realizadas pelos jogadores. Por exemplo, você pode ter que analisar um jogo de formação de preços em um mercado do tipo oligopólio, que não seja permitido aos jogadores conhecer as estruturas de custos de seus concorrentes. Portanto, essa é uma regra conhecida pelos jogadores.

O terceiro pressuposto diz respeito à capacidade dos jogadores de avaliarem seus possíveis benefícios. Assim, a cada estratégia a ser tomada, o jogador tem a capacidade de avaliar qual seu ganho com a estratégia levando em consideração a reação dos outros jogadores. Por exemplo, no jogo de formação de preços, os jogadores são capazes de avaliar qual será seu lucro, dependendo de sua decisão e da reação de seus concorrentes.

O fato de o jogo ser formalizado (quarto pressuposto) diz respeito à possibilidade de termos como analisá-lo de forma consistente, ou seja, quando é possível representá-lo utilizando o mínimo de simbologia matemática e podemos, assim, reconhecer suas regras e possibilidades. As representações mais comuns dos jogos são:

- **Forma Normal ou Matricial**: nesta representação o jogo é mostrado por uma matriz de *pay-offs*, que combina as diferentes estratégias nas linhas e colunas e nos encontros entre elas ficam evidentes os *pay-offs* resultantes.
- **Forma Sequencial ou em Árvore**: nesta modalidade as decisões são representadas por uma árvore, na qual cada nó representa uma escolha, ao final dos últimos ramos, ou seja, depois das decisões pertinentes ao jogo terem sido tomadas se apresentam os *pay-offs*.

Agora que você sabe o que é um jogo para a teoria que estamos estudando, imagine que você poderá se deparar como gestor com inúmeras situações de interação estratégica e que ter modelos analíticos como os que serão apresentados a seguir poderão ser úteis para formar sua compreensão sobre os efeitos das decisões estratégicas e interativas e de que forma poderá, formalizando-as como jogos, melhor analisá-las.

Assim, na próxima Unidade, você aprenderá algumas técnicas de como formalizar os jogos, utilizando os pressupostos descritos até a agora. Esse conhecimento é de fundamental importância para a utilização desta abordagem teórica como ferramenta de análise às decisões estratégicas nas organizações. Assim, a próxima Unidade complementará os fundamentos da Teoria dos Jogos vistos até aqui.

Resumindo

Em síntese aprendemos que a Teoria dos Jogos não foi criação de apenas um cientista, ela foi e está sendo desenvolvida através da contribuição de diversos pesquisadores ao longo dos séculos. Verificamos ainda a importância da Teoria dos Jogos para decisões estratégicas de vários países e diversas ciências, como a matemática, a economia e a administração, em especial para a área de Gestão Estratégica, na qual se destaca o estudo das decisões estratégicas. Você pôde observar que o estudo da Teoria dos Jogos foi reconhecido como de grande importância para a ciência, ao proporcionar o Prêmio Nobel de Economia nos anos de 1994 e 2005 para os seus autores.

Você ainda viu que a racionalidade é um pressuposto importante para as análises das situações econômicas e de gestão representadas em forma de jogos e que tal racionalidade é a habilidade dos jogadores em estabelecer as melhores estratégias para alcançar o máximo de benefícios.

Você aprendeu, a partir do estudo desta Unidade, que os jogos são reproduzidos de duas formas: matrizes de *pay-offs* e por árvores de decisão.

Muito bem, chegamos ao final desta primeira Unidade, então, este é o momento de você conferir o que aprendeu aqui. Para tanto, responda às questões a seguir e lembre-se de que seu tutor está à sua disposição para auxiliá-lo no que for necessário.

Bons estudos!

Atividades de aprendizagem

1. Cite três pesquisadores que contribuíram para a Teoria dos Jogos e as suas contribuições?
2. Investigue quais cientistas ganharam o Prêmio Nobel desde 1994 e apresente a relação com a Teoria dos Jogos e os ganhadores?
3. O que é interação estratégica e como você pode dar exemplos relacionados às empresas que você conhece?
4. Como deve ser o comportamento racional dos jogadores e será que você se comporta dessa forma quando vai decidir e por quê?
5. Escolha um colega de sua turma e estabeleça um jogo de interação estratégica em relação à participação de vocês como estudantes de Educação a Distância.
6. Procure exemplos em seu cotidiano de situações que podem ser representadas pela Teoria dos Jogos.

2

UNIDADE

Representações dos Jogos

Objetivo

Nesta Unidade, você verá como a Teoria dos Jogos representa os jogos e aprenderá como estruturar o jogo de forma que ele possa ser analisado.

Jogos em Economia e Administração

Caro estudante,

Existem inúmeras situações em Economia e Administração que podem ser representadas e analisadas sob a ótica da Teoria dos Jogos. Normalmente, esses jogos dizem respeito a cenários nos quais os agentes econômicos (empresas, consumidores, governo e gestores) precisam tomar decisões de forma estratégica. Tais decisões podem influenciar nos resultados de todos os jogadores.

É isso que você verá nesta Unidade.

Bons estudos!

A pergunta que você, inevitavelmente, fará é: como aplicar o conhecimento que estou aprendendo a partir desta disciplina na atividade profissional como gestor de organizações? A resposta a tal pergunta é a de que você terá a capacidade de formular melhor os problemas que envolvem questões de interação estratégica nas decisões das organizações e poderá perceber mais claramente quais os possíveis caminhos e resultados de suas decisões e as reações de outros agentes envolvidos nessas decisões. Dessa forma, a Teoria dos Jogos será capaz de apresentar modelos analíticos robustos para situações que envolvem decisões na empresa que você esteja gerindo e que pode afetar outras organizações, que são capazes de reagir e tomar decisões que a afetem de volta.

Você pode observar a seguir uma série de exemplos de jogos em Economia e Administração:

- Imagine o caso de uma empresa de aviação ALFA que está localizada em um mercado concorrencial de poucas empresas e que estuda a possibilidade de reduzir seus preços a um ponto, cuja redução se dá para níveis abaixo de seus custos, o que é denominada estratégia de *dumping*. Nesse caso, se a concorrente acreditar que a empresa ALFA pode manter esse preço mais baixo nas suas passagens, ela irá

Modelos analíticos robustos – são construções teóricas consistentes de interpretação da realidade que se quer analisar. Fonte: Elaborado pelo autor.

Dumping – que designa a prática comercial de vender produtos a preços inferiores ao seu custo de produção ou ao preço vigente com a finalidade de eliminar concorentes ou aumentar a participação no mercado. Fonte: Lacombe (2009).

reduzir os seus preços também, do contrário ela não reduzirá seus preços. Nos dois casos os efeitos sobre a empresa ALFA, que estuda essa possibilidade, será substancialmente diferente. Se a concorrente abaixa os preços, a guerra de preços poderá beneficiar a empresa ALFA que tem custos menores. Contudo, se a empresa concorrente não reduz seus preços, a empresa ALFA poderá receber um incremento intenso de demanda, o que levaria à venda de quantidades muito maiores a preços muito baixos, infligindo prejuízos mais significativos à sua concorrente.

Saiba mais...

Você pode ver diversos conceitos de dumping em um artigo no *site*: <http://www.ffb.edu.br/_download/Dialogo_Juridico_n3_14.PDF>. Acesso em: 13 maio 2011.

- Outro exemplo de decisões empresariais que pode ser analisada através da Teoria dos Jogos é o caso de uma empresa que irá realizar investimentos em Pesquisa e Desenvolvimento (P&D). Esse investimento pode ser realizado em parceria com outra empresa concorrente, pois há possibilidade de reduzir custos, somar competências e compartilhar lucros futuros dos resultados advindos da tecnologia desenvolvida. Contudo, a concorrente, (possível parceira), pode se aproveitar da pesquisa, elevar sua competitividade e quebrar o acordo de parceria no futuro. Assim, a empresa que analisa a possibilidade de investir em P&D se vê no dilema de competir ou cooperar.
- Um caso interessante de interação estratégica ocorre quando empresas analisam a possibilidade de formarem coalizões nos mercados oligopolizados, formando cartel, ou seja, elevando e dividindo parte do mercado entre elas. Essa decisão pode ter como resultados altos lucros a todos os concorrentes, se nenhuma empresa trair o cartel, neste último caso, a traidora baixaria seus preços na tentativa de ganhar mercado, o que em várias situações pode ser um estímulo importante.

Cartel – é um acordo entre empresas para reduzir a quantidade vendida e, com isso, elevar os preços até o nível de monopólio ou um acordo para estabelecer diretamente esse preço de monopólio. Os cartéis podem prescindir de acordos explícitos ou tácitos. Nos conluios explícitos as empresas podem se comunicar para combinar os preços ou as quantidades produzidas por cada uma, enquanto nos acordos tácitos não há a comunicação entre as empresas, mas mesmo assim, elas conseguem se coordenar de modo a produzir a quantidade adequada, que o preço fique acima do nível competitivo, mas próximo do nível de monopólio. Fonte: Fiani (2004).

Saiba mais...

Você verá neste descontraído artigo, no *site*: <http://mirandomundo.wordpress.com/2008/09/13/conta-de-bar-e-teoria-dos-jogos/>. Acesso em: 13 maio 2011, um exemplo de aplicação de Teoria dos Jogos em problemas de contas de bares e restaurantes. O texto nos mostra que as soluções para problemas de interações estratégicas são mais comuns do que imaginamos.

Você já percebeu que todos os três exemplos dados anteriormente possuem alguns elementos em comum com situações características que podem ser analisadas à luz da Teoria dos Jogos. Assim, todos:

- Possuem decisões estratégicas que devem ser tomadas e tais decisões mesmo individuais influenciam em todos os resultados possíveis (interação estratégica).
- As decisões exigem comportamento racional, ou seja, as empresas (jogadores) precisam escolher o caminho que as levem aos melhores resultados.

Modelagem de um Jogo

A modelagem de um jogo é a maneira formal de apresentação dos jogos, sendo necessária para que a análise de situações, como as descritas no item anterior, sejam possíveis. Esse formalismo, normalmente, requer a descrição das regras dos jogos: suas estratégias, jogadores, objetivos, possibilidades de ganhos (*pay-offs*) e limitações.

De forma genérica, consideramos que um jogo possui um conjunto de estratégias ou espaço de estratégias do jogador. Assim, matematicamente, esse conjunto pode ser expresso da seguinte forma:

$S_i^j = \{S_i^j\}$, onde: S = Conjunto das i-ésimas estratégias para o jogador j.

Para você entender melhor a notação anterior: os jogadores poderão ter estratégias comuns ou não e, dessa forma, temos o conjunto "j" de jogadores, ou seja, teremos de um a m jogadores (j = 1, 2, ..., m), por exemplo se em uma determinada situação dez empresas estão interagindo no mercado por decisões de preço, teremos dez jo-

2

UNIDADE

gadores (J = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10), cada empresa representada por um número e a letra j representando todo o conjunto de jogadores e o conjunto "i" de estratégias por jogador, no qual i = 1,.., n. Na verdade, temos uma matriz, na qual o sobrescrito j representa os diferentes jogadores e o subscrito i representa as diferentes estratégias para cada jogador. A seguir será mostrada uma matriz equivalente para três jogadores e três tipos diferentes de estratégias possíveis de serem seguidas.

$$S = \begin{bmatrix} S_1^1 & S_2^1 & S_3^1 \\ S_1^2 & S_2^2 & S_3^2 \\ S_1^3 & S_2^3 & S_3^3 \end{bmatrix}$$

Conjuntos ordenados – são aqueles em que existe uma regra definindo como seus elementos devem ser listados. Aqui, a regra é dada pela correspondência entre a ordem em que a estratégia é listada e o índice atribuído ao jogador. Por exemplo, a terceira estratégia corresponde à estratégia adotada pelo terceiro jogador. Fonte: Fiani (2004).

Assim, S_2^3 é a estratégia de número 2 atribuída ao terceiro jogador. Dessa forma, a estratégia de número 2 pode ser comum aos jogadores 1, 2 e 3 (S_2^1, S_2^1, S_2^3).

Uma das características fundamentais dos jogos é a combinação de estratégias que os jogadores podem adotar ao longo das decisões nos diferentes jogos, sua representação se dá por um conjunto ordenado S para determinado jogador, como descrito a seguir:

$$S = (S^1, S^2, ..., S^j) = 1, ..., n$$

Associadas às possíveis estratégias estão as possibilidades de ganhos, relacionadas às diferentes combinações de estratégias tomadas pelos jogadores, o que dessa forma, como você já viu, dá a possibilidade de um comportamento racional, buscando as melhores estratégias que maximizem os ganhos. Assim, tais ganhos podem ser representados como: $U^j = (S_i^1, S_i^2, ..., S_i^m)$, onde: U = ganhos do jogador j, quando o jogador 1 adota a estratégia i qualquer, o jogador 2 adota a estratégia i qualquer, até o jogador m adotando a estratégia i qualquer.

Você verá agora como aplicar as representações descritas no exemplo dado anteriormente acerca da aviação.

No exemplo temos dois jogadores, empresa "A" e a empresa "B". O conjunto das possíveis estratégias da empresa "B" é formado pelas seguintes possibilidades:

- Reduz o preço se a empresa "A" reduz seu preço.
- Mantém o preço se a empresa "A" reduz seu preço.
- Reduz o preço se a empresa "A" mantém seu preço.

- Mantém o preço se a empresa "A" mantém seu preço.

Você já notou que as estratégias interagem de uma empresa com a outra, ou seja, a empresa "B" decide suas estratégias dependendo do que fez a empresa "A", principalmente por que a cada combinação há a possibilidade de diferentes ganhos.

A maneira como os jogadores irão decidir por suas diferentes estratégias depende, também, da cronologia dessas decisões. Vale destacar, que nos jogos, o mais importante da cronologia é o fato do jogador que decide depois já conhecer o que o jogador, que jogou anteriormente, decidiu. Assim, jogos que consideram esse conhecimento anterior, normalmente são representados por jogos sequenciais e quando não há essa cronologia de conhecimento, o jogo deve ser representado pelos chamados jogos simultâneos.

Você verá que os jogos podem ainda ser classificados de acordo com os interesses de seus jogadores, ou seja, de acordo com a motivação de suas estratégias. Nesse caso, a tipologia utilizada é a seguinte:

- Jogos com Interesses Idênticos (jogos cooperativos).
- Jogos com Interesses Opostos (jogos não-cooperativos).
- Jogos com Interesses Mistos (jogos cooperativos/não-cooperativos).

Assim, nos jogos cooperativos os jogadores buscam estratégias que convergem para objetivos comuns, ou seja, para interesses idênticos; nos jogos não-cooperativos, os jogadores possuem estratégia que visam objetivos opostos, normalmente, fruto de disputas; no caso dos jogos mistos, os jogadores formulam estratégias que ora podem levar a objetivos comuns e ora podem levar à divergência e à disputa. Para entender melhor, você pode observar os exemplos a seguir:

- Jogos cooperativos: quando, por exemplo, duas empresas precisam decidir como transportar suas cargas conjuntamente, se compartilhando suas frotas de veículos ou terceirizando a frota para o transporte comum.
- Jogos não-cooperativos: no caso de duas empresas que disputam mercado e precisam decidir se entram uma na região geográfica de domínio da outra.
- Jogos mistos: por exemplo, duas empresas que deverão decidir entre investir cada uma isoladamente no desenvolvi-

mento de nova tecnologia ou se irão cooperar dividindo gastos com o desenvolvimento.

Jogos Simultâneos

Agora você verá como os jogos podem ser representados quando as decisões dos jogadores são simultâneas. Assim, nos jogos simultâneos, os jogadores tomam as decisões ao mesmo tempo. Na verdade, a principal implicação da simultaneidade para o jogo é o fato de que nenhum dos jogadores conhece previamente o que os outros irão de fato fazer. É claro que a questão da simultaneidade na prática é muito difícil de ocorrer. As empresas ou consumidores dificilmente tomam decisões exatamente no mesmo momento. Dessa forma, a ideia que prevalece nos jogos simultâneos é a do não conhecimento prévio das estratégias.

A forma mais comum de representar jogos simultâneos é através das matrizes de *pay-offs*. Nesse aspecto as possíveis decisões ou estratégias de um jogador são representadas nas colunas e as estratégias do outro jogador nas linhas. Assim, o encontro de uma linha com uma coluna representa a interação estratégica da possível decisão de um jogador com outro, e nesse encontro estarão expressos os ganhos resultantes da combinação das estratégias para cada um dos jogadores.

Imagine que você é Presidente de uma empresa de tecnologia da informação (TI) e que no mercado em que sua empresa atua exista apenas outra empresa. Nesse caso, teremos dois jogadores que chamaremos de **minha empresa e concorrente**. Diante disso, você tem a tarefa de decidir se ao realizar investimentos em pesquisa para uma nova tecnologia, você fará sozinho ou irá cooperar com a sua concorrente, dado que as duas podem ofertar essa inovação no mercado externo de forma colaborativa. Contudo, há a possibilidade de cada uma investir, individualmente, em sua pesquisa. Você, como um gestor conhecedor da Teoria dos Jogos, resolve lançar mão da construção de uma matriz de *pay-offs*, considerando o lucro ou o prejuízo adicional que as empresas terão com as diferentes combinações de estratégias e analisar as possibilidades para decidir de forma mais consistente.

MINHA EMPRESA	EMPRESA CONCORRENTE	
	COOPERAR	NÃO-COOPERAR
Cooperar	2,2	-1,0
Não-cooperar	0,-1	1,1

Quadro 1: Matriz de *Pay-offs* – Forma de representação de um jogo simultâneo
Fonte: Elaborado pelo autor

No Quadro 1, através da matriz de *pay-offs*, você pode perceber mais claramente quanto cada jogador poderá ganhar com as suas possíveis estratégias, combinado com as estratégias da empresa concorrente. Por exemplo: se ambas as empresas decidirem cooperar no desenvolvimento da nova tecnologia, as duas empresas terão os maiores ganhos (2,2), tanto a minha empresa quanto a empresa concorrente ganharão um lucro adicional de dois milhões de reais; se ambas não cooperarem, as duas empresas ganharão menos um milhão cada (1,1); no caso de uma empresa cooperar e a outra não, a que tomou iniciativa de cooperar se preparou para investir e assim teve um prejuízo de um milhão, enquanto a que não cooperou não ganhou e nem perdeu (-1,0). Você perceberá, analisando as possibilidades deste jogo, que a combinação mais vantajosa para ambas é cooperar.

Os *pay-offs* ou recompensas que os jogadores podem ter nas diversas combinações de estratégias assumem alguns formatos, como lucro, fatias de mercado, utilidade de consumidores, entre outros.

Jogos Sequenciais

No caso dos jogos sequenciais, a representação é feita através de árvores de decisões ou de forma estendida.

Saiba mais...

Leia mais sobre a árvore da decisão em: <http://imasters.com.br/artigo/5130/sql_server/data_mining_na_pratica_arvores_de_decisao/>. Acesso em: 16 maio 2011.

Se utilizarmos o exemplo das empresas de aviação que decidem ou não praticar preços abaixo de seus custos, temos a forma estendida deste jogo expressa pela Figura 1, a seguir. Nesse caso, a empresa A decide primeiro se irá reduzir ou não seus preços e, dependendo de sua decisão, a empresa B decide se reduz ou não seus preços.

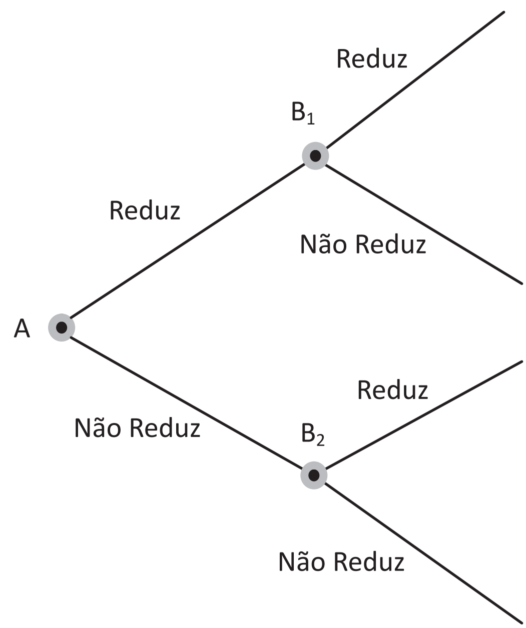

Figura 1: Representação do jogo de forma estendida
Fonte: Elaborada pelo autor

Nó da árvore de decisão – na Teoria dos Jogos, representa o conjunto de informações e possibilidades de decisão, mais precisamente o nó mostra que decisão outro jogador tomou e quais as possibilidades de decisões a serem tomadas a partir dela. Fonte: Fiane (2004).

Nesse jogo sequencial, o mais importante não é a ordem da decisão, mesmo porque, na prática, quase nunca as decisões entre jogadores são tomadas exatamente ao mesmo tempo. Assim, o efeito da cronologia representa menos a ordem das decisões e mais o conhecimento da decisão de um jogador pelo outro. Nesse caso, se a empresa B, ao decidir, já conhece a decisão de A, ela já conhece em que nó da árvore de decisão ele se encontra, se em B_1 ou B_2.

Os jogos sequenciais possuem algumas regras para que seja mantida a consistência lógica dos jogos, possibilitando sua interpretação e análise. Assim, as regras são:

- os nós são precedidos por apenas um único outro nó;

- um nó não pode apresentar uma decisão que ligue a ele mesmo; e
- os nós devem suceder apenas um nó inicial.

A não observância das regras citadas pode ser representada pelas figuras a seguir. A não obediência à primeira regra pode ser vista na Figura 2. Os dois nós B_1 e B_2 levam obrigatoriamente o jogo para o nó A_2, nesse caso estar no nó B_1 ou B_2 é indiferente para o jogo já que de qualquer forma os dois levarão a A_2. Assim, as decisões são inócuas em relação aos nós B_1 e B_2, do ponto de vista estratégico e não existe um problema real de decisão, já que qualquer que seja a escolha levará ao mesmo resultado.

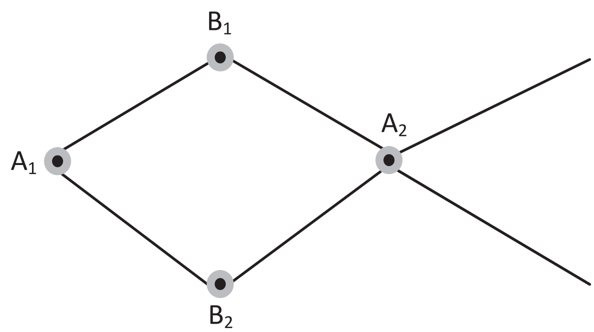

Figura 2: Quebra da primeira regra de jogos sequenciais
Fonte: Elaborada pelo autor

No caso da segunda regra, Figura 3, sua quebra significa que poderemos ter movimentos circulares na árvore, e tal fato, dificulta a compreensão da sucessão de decisões, no exemplo da Figura 3 não podemos identificar que nó sucede o outro.

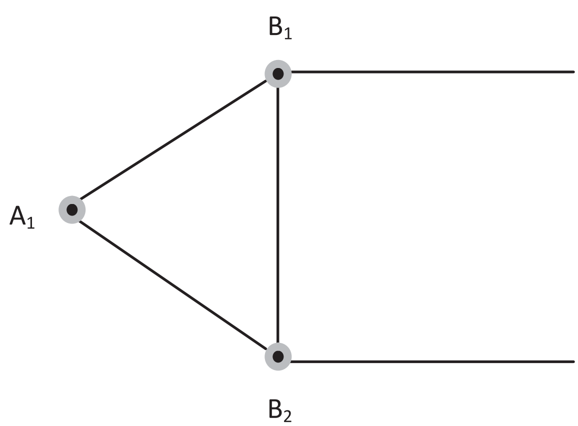

Figura 3: Quebra da segunda regra de jogos sequenciais
Fonte: Elaborada pelo autor

Em relação à terceira regra, sua quebra, na Figura 4, significa que se a empresa A tem dois nós de início, a empresa B não terá como saber em quais de seus possíveis nós estará. Na verdade, você pode perceber que a Figura 4 expressa dois jogos distintos e que devem ser tratados como tal.

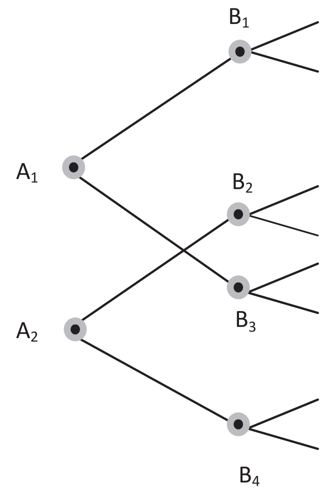

Figura 4: Quebra da terceira regra de jogos sequenciais
Fonte: Elaborada pelo autor

Agora retornemos ao exemplo anterior das empresas de aviação, em que a empresa B já conhece qual foi a decisão da empresa A; neste caso, o nó que na B encontraremos é chamado de conjunto unitário. Assim, quando as decisões dos jogadores são conhecidas pelo jogador seguinte, a forma de representação dos conjuntos unitários será circulando cada nó conhecido pelo jogador, como indicado na Figura 5.

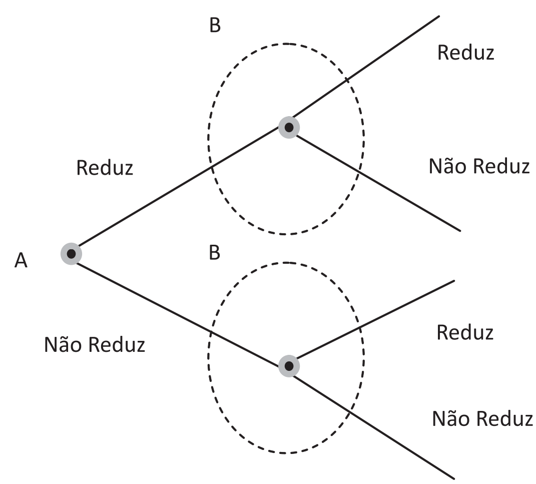

Figura 5: Representação de conjuntos unitários
Fonte: Elaborada pelo autor

Assim, existem jogos em que todos os jogadores conhecem todas as estratégias já adotadas antes de realizarem suas decisões. Tais jogos são chamados de jogos de informação perfeita (todos os conjuntos são unitários e ao contrário, quando pelo menos um dos jogadores ao decidir não conhece o que os outros jogadores decidiram antes dele, é chamado de jogo de informação imperfeita.

Os jogos de informação imperfeita podem ser representados de forma estendida. Nesse caso, pelo menos um dos jogadores ao decidir não sabe em que nó exatamente estará. No exemplo que estamos analisando veja que a empresa B não sabe se está em B_1 ou B_2. Perceba que para representar essa situação é traçado um círculo em volta dos dois nós e, nesse caso, o conjunto de informação composto pelos dois nós é denominado de conjunto de informação não-unitário, conforme Figura 6.

Conjunto unitário – no caso de jogos, ocorre quando o jogador conhece as decisões tomadas pelos jogadores que o antecederam. Fonte: Fiani (2004).

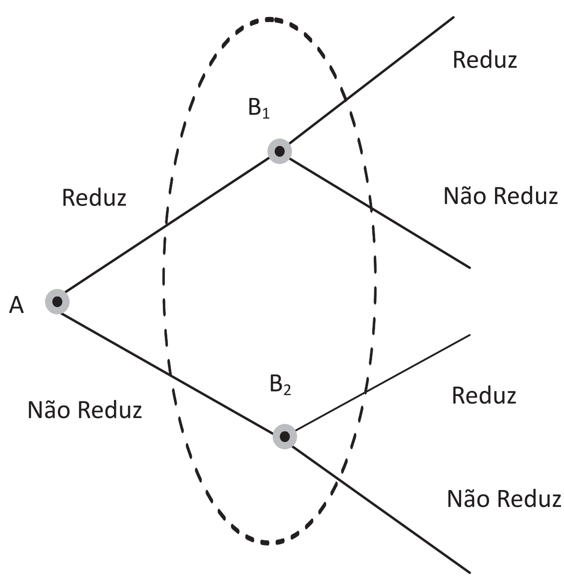

Figura 6: Forma estendida para conjuntos não-unitários
Fonte: Elaborada pelo autor

Para você expressar os jogos de forma estendida é preciso que obedecer alguns princípios que impedem que a racionalidade e a lógica dos jogos sejam inconsistentes e que, de fato, seja possível analisá-los na busca de seus resultados prováveis. Tais princípios são:

- um conjunto de informações não-unitário, não pode apresentar nós que pertençam a mais de um jogador;
- um conjunto de informações não pode conter nós em sequência para o mesmo jogador; e

- os nós de um mesmo conjunto de informações não podem apresentar possibilidades diferentes de decisão.

A violação do primeiro princípio descrito, anteriormente, você observará na Figura 7. Nesse caso, depois da empresa "A" jogar, as empresas "B" e "C" jogarão, mas as mesmas não podem estar no mesmo conjunto de informações, como na Figura 7, pois a empresa B não pode jogar pela C e vice-versa.

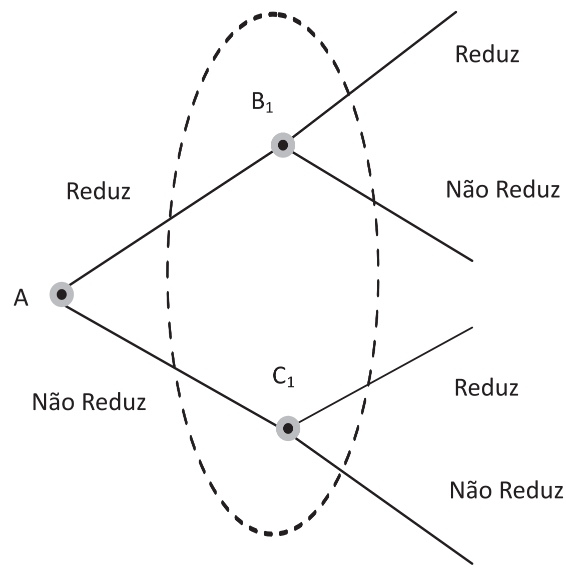

Figura 7: Violação do princípio de que um conjunto de informações não pode apresentar nós de jogadores diferentes
Fonte: Elaborada pelo autor

A quebra do segundo princípio você pode observar na Figura 8, em um jogo um pouco modificado em relação ao exemplo que estamos usando. Nesse caso, os nós que estão em sequência são decisões da mesma empresa A e pertencem ao mesmo conjunto de informações, representado pelo círculo em volta dos dois nós, o que não faz sentido, pois se a empresa decidiu reduzir preços, tal decisão a levará ao nó A_2 (diferenciar ou não diferenciar o produto). Como esse nó é de decisão da mesma empresa ela já saberia o que tinha decidido antes e, nesse caso, os nós já fazem parte do conjunto de informações da empresa.

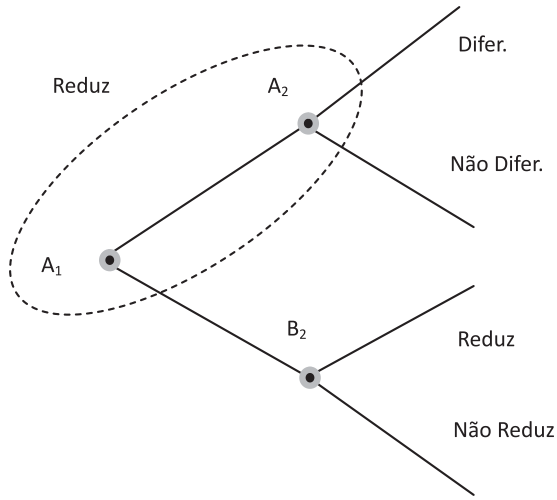

Figura 8: Violação do princípio de que não pode ter dois nós de um mesmo jogador em sequência no mesmo conjunto de informações
Fonte: Elaborada pelo autor

O outro princípio violado, você pode analisar a partir da Figura 9, na qual é mostrado um conjunto de informações de dois nós da mesma empresa; mas cada um dos nós possui possibilidades diferentes de decisão, o que não faz sentido. Veja que o nó B_1 oferece as possibilidades de diferenciar e não diferenciar o produto, enquanto o nó B_2 oferece um conjunto diferente de possibilidades de decisão, nesse caso, reduzir ou não reduzir o preço. Assim, o jogador, pelas diferenças de possibilidades entre os nós, é capaz de identificar se encontra no B_1 ou B_2, o que deixa completamente irrelevante a tentativa de torná-los um único conjunto de informações.

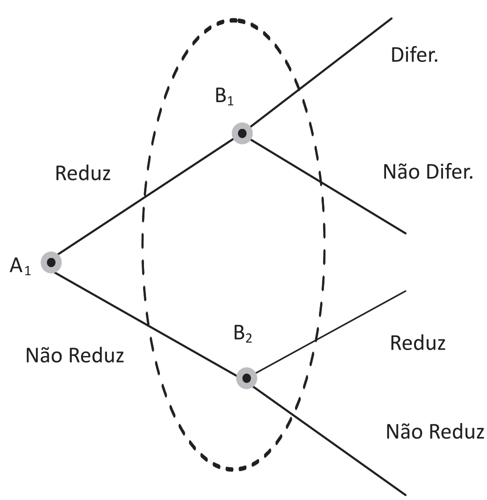

Figura 9: Violação do princípio de não poder apresentar diferentes conjuntos de possibilidades de decisões
Fonte: Elaborada pelo autor

Analisando os Jogos (Equilíbrio)

Para você analisar de forma completa as interações estratégicas, um conceito importante na Teoria dos Jogos é o de equilíbrio. O equilíbrio acontece quando o jogo caminha para resultados nos quais todos os jogadores, imaginando o melhor para si, acabam decidindo por uma determinada combinação de estratégias.

Você como gestor pode fazer uso da Teoria dos Jogos através da análise de situações que ocorrem nas organizações e que se dá considerando os elementos que foram apresentados até agora, em resumo, podemos citar:

- conhecer os objetivos do jogo;
- conhecer as possíveis estratégias;
- estimar as compensações e resultados (*pay-offs*) nas diferentes combinações de estratégias adotadas pelos jogadores;
- considerar que os jogadores agirão racionalmente;
- conhecer se o jogo é de informação completa ou não;
- representar o jogo (simultâneo ou sequencial); e
- buscar soluções de equilíbrio, como possíveis resultados do jogo.

Você viu nesta Unidade como formalizar um jogo e verá na próxima Unidade importantes instrumentos de compreensão das lógicas envolvidas nas interações estratégicas e nas inúmeras soluções possíveis. Serão definidos dois tipos importantes de soluções que serão mostradas de forma mais genérica e através de aplicação a uma proposta de jogo entre duas empresas, que poderia acontecer em muitos mercados.

Dessa forma, a partir dos conceitos e fundamentos da Teoria dos Jogos e da formalização desses jogos, como maneira de analisá-los, você será capaz, com o estudo da próxima Unidade, de encontrar as soluções e resultados prováveis.

Resumindo

Nesta Unidade vimos que existem inúmeras situações em Economia e Administração que podem ser representadas e analisadas sob a ótica da Teoria dos Jogos. Normalmente, esses jogos dizem respeito a cenários nos quais os agentes econômicos (empresas, consumidores, governo e gestores) precisam tomar decisões de forma estratégica e tais decisões podem influenciar nos resultados de todos os jogadores.

Os jogos podem ser classificados de acordo com os interesses de seus jogadores, como segue: jogos com interesses idênticos (jogos cooperativos); jogos com interesses opostos (jogos não-cooperativos); jogos com interesses mistos (jogos cooperativos/não-cooperativos)

Os jogos ainda podem ser classificados como simultâneos e sequenciais. No caso dos jogos sequenciais a representação é feita através de árvores de decisões, ou de forma estendida, e nos jogos simultâneos de forma matricial. As formas estendidas dos jogos possuem algumas regras para que seja mantida sua consistência lógica, possibilitando sua interpretação e análise.

Enfim, o uso da Teoria dos Jogos aplicada na análise de diversas situações, que ocorrem nas organizações, se dá considerando os seguintes elementos: objetivos do jogo; estratégias; *pay-offs*; racionalidade dos jogadores; entre outros.

Chegou o momento de você conferir o que aprendeu nesta Unidade respondendo às questões propostas a seguir. Caso considere necessário, releia o objetivo da Unidade e veja se conseguiu atingi-lo. Se precisar, ainda, entre em contato com o seu tutor, ele estará à sua disposição para auxiliá-lo no que for preciso.

Bom trabalho!

Atividades de aprendizagem

1. Descreva três situações do mundo empresarial que poderiam ser analisadas pela Teoria dos Jogos.
2. Quais os tipos de jogos que existem segundo o interesse dos jogadores? Dê exemplos empresariais desses diferentes jogos?
3. O que você entende por racionalidade na Teoria dos Jogos?
4. O que são jogos simultâneos, como eles podem ser representados? Descreva situações nas quais esses jogos podem acontecer no mundo organizacional.
5. Considerando o seguinte jogo: duas empresas de aviação procuram ganhar mais fatia de mercado a partir de duas ações: investir em novos aviões, modernizando seus equipamentos e oferecendo mais conforto aos passageiros ou reduzir as tarifas dando mais acesso às classes B e C aos voos. Qual seria o objetivo do jogo? Quais as estratégias? Quais os jogadores? Como seriam medidos os *pay-offs*?
6. Quais as regras que devem ser obedecidas na representação em forma de árvore de decisão?
7. Considerando uma situação de competição entre duas farmácias, uma local e outra vinda de outra região: a farmácia de fora tinha duas opções, assim veio para o novo mercado (reduzir drasticamente os preços ou abrir muitas lojas) e depois que a farmácia local percebesse que está tinha se instalado tinha duas opções: reduzir seus preços ou realizar uma extensa campanha publicitária. Assim, apresente o jogo em forma de tabela ou de árvore de decisão. Identifique qual o objetivo do jogo. Quais os jogadores e suas respectivas estratégias? E como seriam medidos os *pay-offs*?
8. O que são jogos sequenciais, como eles podem ser representados? Descreva um jogo sequencial que tenha relação com decisões que empresas locais podem ter que tomar, representando-o de forma estendida.

3

UNIDADE

Estratégia Dominante, Equilíbrio de Nash e Estratégias Mistas

Objetivo

Nesta Unidade, você conhecerá a solução de alguns jogos utilizando estratégias simples e mistas. As soluções dos jogos, por meio da estratégia simples, serão aprendidas através da eliminação de estratégias estritamente dominadas e do Equilíbrio de Nash. Você verá que em certas situações a utilização de probabilidade pode ser a solução para determinados jogos. Por meio do estudo da Unidade, você verá ainda a aplicação de jogos clássicos da Teoria dos Jogos, como o dilema dos prisioneiros, a batalha dos sexos e o jogo do galinha. No final, você poderá analisar a relação preço e quantidade produzida através dos modelos de Cournot, Stackelberg e Bertrand.

Estratégia Dominante

Caro estudante,

Você iniciará agora a Unidade 3, nela você verá as soluções dos jogos, o Equilíbrio de Nash, a aplicação de jogos clássicos da Teoria dos Jogos, tais como: o dilema dos prisioneiros, a batalha dos sexos e o jogo do galinha. Finalmente, você estudará os modelos de Cournot, Stackelberg e Bertrand.

Então, bons estudos e mãos à obra!

Estratégia dominante se dá quando para qualquer estratégia adotada pelos outros jogadores existe uma estratégia que levará o jogador ao melhor resultado possível. Segundo Tavares (2008), uma estratégia é estritamente dominante em relação à outra quando os resultados obtidos ao se utilizá-la são sempre melhores em relação aos resultados obtidos com outra estratégia (gerando para si o maior *pay-off* possível).

Matematicamente, a lógica das estratégias puras dominantes pode ser descrita como: uma estratégia pura $S^j_2 \in S_i$ do jogador j é estritamente dominada pela estratégia $S^j_1 \in S_i$ e i = (1, 2, ..., n) se $u^j_1 (S^j_1,..., S^j_n) > u^j_2 (S^j_2,..., S^j_n)$, para toda estratégia i do jogador j. Uma estratégia pura $S^j_2 \in S_i$ do jogador j é fracamente dominada pela estratégia $S^j_1 \in S_i$ e i = (1, 2, ..., n) se $(S^j_1,..., S^j_n) > u^j_2 (S^j_2,..., S^j_n)$, para toda estratégia i do jogador j, onde:

S_i = *conjunto das estratégias possíveis do jogador i*

S_1^j = *estratégia 1 do jogador j*

S_2^j = *estratégia 2 do jogador j*

S_n^j = *n – enésima estratégia do jogador j*

S_i = *conjunto das estratégias*

As estratégias dominantes são aplicáveis em jogos estáticos de informação completa, portanto, jogadores racionais não utilizam estrategias dominantes se eles não tiverem certeza da estratégia adotada pelo outro jogador.

Você irá acompanhar a partir de agora um exemplo de aplicação do conceito de estratégia dominante na solução de um jogo. Assim, no setor de Tecnologia da Informação (TI), especificamente quando duas empresas competem em um duopólio, a necessidade de se inovar é latente, uma vez que novas tecnologias são criadas com uma velocidade muito grande, e as empresas que não se anteciparem ou não acompanharem essa situação estarão sujeitas ao insucesso.

Assim, considere duas empresas neste setor: a empresa Betacorp e a empresa Daran que têm políticas distintas em relação à inovação. Enquanto a primeira opta por meios morais e legais para se inovar, a segunda procura uma atualização em sua tecnologia a qualquer preço, mesmo que isso lhe custe uma má reputação. A empresa Betacorp tem duas possíveis estratégias, enquanto a Daran possui três, portanto:

$$S_1 = \{\textit{Investe em P\&D; Paga Royalties}\}$$

$$S_2 = \{\textit{Investe em P\&D; Paga Royalties; Engenharia Reversa}\}$$

Assim, as duas empresas disputam a liderança no mercado brasileiro de automação comercial. Visando um aumento na fatia de mercado, as empresas podem optar por investir em pesquisa e desenvolvimento (P&D), pagar *Royalties* para a empresa concorrente ou se apropriar da pesquisa de terceiros, sem que tenha havido o desembolso necessário, que denominaremos de Engenharia Reversa.

Atente leitor, para a ilegalidade da última estratégia, que se configura em uma situação sujeita a penalizações.

A Matriz de *Pay-off* apresentada a seguir (Quadro 2) representa os lucros advindos das diferentes combinações de estratégias ligadas à busca por uma inovação das empresas anteriormente apresentadas. Assim, as empresas Daran e Betacorp fazem o cálculo de seus ganhos líquidos, em termos de fatia de mercado, depois de decidirem investir em P&D, pagar *royalties* à empresa que desenvolveu a inovação ou realizar cópia da inovação de outras empresas atuantes em outro mercado (engenharia reversa). As combinações dos resultados discutidos a seguir são mostradas entre chaves, sendo que a primeira estratégia será sempre da empresa representada pela linha da matriz de *pay-offs*, no caso a Betacorp e a segunda estratégia das chaves diz respeito à Daran (empresa da coluna da matriz).

A Betacorp tem uma equipe de P&D mais eficiente que a Daran e consegue obter melhores resultados com os investimentos em P&D,

Duopólio – é definido como a situação de mercado em que há somente dois vendedores de uma mercadoria ou serviço. Fonte: Elaborado pelo autor.

Royalties – é o valor pago ao detentor de uma marca, patente industrial, processo de produção, produto ou obra literária original pelos direitos de sua exploração comercial. Fonte: Lacombe (2009).

Engenharia reversa – a engenharia reversa é uma técnica usada para tentar obter o código fonte do programa a partir do arquivo já compilado. É um processo extremamente trabalhoso, mas já foi responsável pela descoberta de muitos segredos industriais. O sistema de proteção contra cópias usado nos DVDs é um bom exemplo; um programador Russo conseguiu usar engenharia reversa para ter acesso ao programa que cria os algoritmos, entendê-lo e descobrir uma forma de burlá-lo. Fonte: <http://www.hardware.com.br/termos/engenharia-reversa>. Acesso em: 16 maio 2011.

chegando mais rápido no mercado, assim, na combinação de estratégias {investir em P&D, Investir em P&D}, ela (Betacorp) é a única que ganha e vende um milhão de máquinas.

No caso do resultado {investir em P&D, Pagar *Royalties*}, a Betacorp continua com o mesmo ganho anterior (um milhão de máquinas vendidas), já a Daran resolve pagar *royalties* sobre os resultados obtidos pelo P&D da Betacorp e, como é mais eficiente no marketing, acaba obtendo uma fatia maior (dois milhões de máquinas vendidas).

No resultado {investir em P&D; engenharia reversa}, a Daran que realizou a engenharia reversa chega mais rápido ao mercado e tem uma venda de um milhão de máquinas, enquanto a Betacorp não consegue vender por ter investido em P&D e demorado a apresentar a inovação ao mercado.

Considerando o resultado {pagar *royalties*, investir em P&D}, quando a Betacorp decidi não investir em P&D e pagar *royalties* à Daran, a Betacorp não vende nada, dado que é menos eficiente no marketing que a Daran e a inovação da Daran não é tão boa quanto seria à da Betacorp, já a Daran, mesmo produzindo uma inovação de menor importância, acaba vendendo mais, por que além de ser mais eficiente no marketing, ela acaba chegando mais rápido no mercado com um resultado de três milhões de máquinas vendidas.

Na combinação {pagar *royalties*, engenharia reversa}, a Betacorp chegará tarde no mercado, mas ainda em primeiro, em relação à Daran, (pois não comprou a nova tecnologia da Daran, mas de outra empresa fora do mercado brasileiro, dado que a Daran não teria desenvolvido nada, o que resultou à Betacorp uma venda de dois milhões de máquinas, já a Daran não venderá nada por chegar depois no mercado e com a reputação de cópia; podemos observar que a Betacorp por postura ética não cogita a possibilidade de realizar engenharia reversa. Assim, as empresas utilizam a técnica da dominância estrita iterada, que é o processo de eliminação das estratégias estritamente dominadas (Quadro 2).

Betacorp	**Daran**		
	Investir em P&D	**Pagar *Royalties***	~~**Engenharia Reversa**~~
Investir em P&D	1,0	1,2	0,1
Pagar *Royalties*	0,3	0,1	2,0

Quadro 2: Matriz de *Pay-offs* – Jogo com estratégia dominante
Fonte: Elaborado pelo autor

Nesse jogo, podemos verificar que para a Betacorp nem a estratégia de {Investir em P&D}, nem a estratégia de {pagar *Royalties*} são estritamente dominadas, uma vez que {Investir em P&D} é melhor que {pagar *Royalties*} se a Daran optar por {Investir em P&D} (já que 1>0), mas {pagar *Royalties*} é melhor que {Investir em P&D}, se a Daran resolver utilizar {Engenharia Reversa}, (pois 0<2). Em relação à Daran, entretanto, {Engenharia Reversa} é estritamente dominada por {pagar *Royalties*}, (pois 2>1 e 1 >0), então, uma decisão racional da empresa Daran seria não utilizar a estratégia da {Engenharia Reversa}. Concluímos que se a Betacorp sabe que a Daran age racionalmente, deve eliminar {Engenharia Reversa} das estratégias possíveis a serem utilizadas, ficando o jogo os possíveis resultados mostrados pelo Quadro 3.

BETACORP	DARAN	
	INVESTIR EM P&D	PAGAR *ROYALTIES*
Investir em P&D	1,0	1,2
~~Pagar *Royalties*~~	~~0,3~~	~~0,1~~

Quadro 3: Matriz de *Pay-offs* – Eliminação de outra estratégia estritamente dominada
Fonte: Elaborado pelo autor

A partir dessa nova matriz (Quadro 3), verificamos que para Betacorp {pagar *Royalties*} é estritamente dominada por {Investir em P&D}, (pois 1>0). Se a empresa Betacorp agir com racionalidade e a Daran souber que a outra empresa é racional e se a Daran agir com racionalidade e a Betacorp souber que a outra empresa é racional, então {pagar *Royalties*} será eliminado da matriz.

A matriz, agora 1 x 2 (Quadro 4), apresenta-se da seguinte forma: podemos verificar ainda que para a Betacorp a opção é {Investir em P&D}. Em relação às decisões da Daran, {Investir em P&D}, é estritamente dominada por {pagar *Royalties*}, (pois 2>0).

BETACORP	DARAN	
	~~INVESTIR EM P&D~~	PAGAR *ROYALTIES*
Investir em P&D	~~1,0~~	1,2

Quadro 4: Matriz de *Pay-offs* – Eliminação da estratégia investir em P&D da empresa Daran
Fonte: Elaborado pelo autor

A matriz, agora 1 x 1 (Quadro 5), apresenta-se da seguinte forma, sendo, portanto, a solução do jogo. Podemos verificar que para a Betacorp é melhor {Investir em P&D}, do que {pagar *Royalties*} para terceiros, independente da decisão estratégica da empresa Daran de {Investir em P&D} ou {pagar Royalties}. Para a Daran, {Engenharia Reversa} configura-se na pior estratégia a ser adotada, possivelmente, devido à possibilidade de perdas proporcionadas pela repercussão negativa sofrida na imagem da empresa. A Daran, através da técnica da dominância estrita iterada, deve então, decidir {pagar *Royalties*}.

Betacorp	Daran
	Pagar *Royalties*
Investir em P&D	1,2

Quadro 5: Matriz de *Pay-offs* – Resultado final do jogo
Fonte: Elaborado pelo autor

O método, embora simples, é poderoso, mas apresenta uma grave limitação: nem todos os jogos apresentam estratégias dominantes e dominadas. Para esses casos é necessário um método que englobe um número de situações possíveis, maior do que o método de eliminação iterativa de estratégias. É apresentado, então, o método do Equilíbrio de Nash.

Equilíbrio de Nash

O Equilíbrio de Nash ou solução estratégica de um jogo ocorre quando, entre todas as estratégias disponíveis para os jogadores, é escolhida a melhor opção possível dada à resposta de todos os outros jogadores. Assim, não há incentivo para mudar sua estratégia se os demais jogadores não o fizerem. Dizemos que uma combinação de estratégias constitui um Equilíbrio de Nash quando cada estratégia é a melhor resposta possível às estratégias dos demais jogadores, sendo isso verdade para todos os jogadores (FIANI, 2004).

O Equilíbrio de Nash ocorre quando uma estratégia i do jogador j(S^{j}_{1}) é considerada a melhor resposta a uma dada estratégia i* disponível para outro jogador j*(S^{j*}_{i*}) que produza uma recompensa mais elevada do que s_i^j, quando $s_{i^*}^{j^*}$ é jogada. De acordo com Fiani (2004), o que essa definição do Equilíbrio de Nash está exigindo é que todas as estratégias adotadas por todos os jogadores sejam as melhores respostas às estratégias dos demais. Se você teve dificuldade em entender essa descrição matemática do Equilíbrio de Nash, não se preocupe, pois a seguir descreveremos um exemplo prático da ocorrência desse equilíbrio em um jogo, considerando o exemplo de duas empresas do setor de Tecnologia da Informação (TI).

Nesse caso, as empresas de TI são ALFA e BETA, esse jogo representa uma situação de iteração estratégica, em que uma empresa desenvolvedora de banco de dados (BETA) tem de decidir se desenvolve ou não essa nova ferramenta e a empresa que produz *software* (ALFA) tem de decidir se utiliza ou não o novo banco de dados. Embora as empresas não mantenham contato para coordenar suas decisões, ambas têm interesse em uma solução conjunta, contudo há possibilidade de decisões divergentes: se BETA desenvolve o novo banco de dados e ALFA não utiliza o seu *software*, ou se a BETA não desenvolve o novo banco de dados, enquanto a ALFA utiliza (se prepara para utilizar o banco em seu *software*, nesses casos, as combinações estratégicas trazem prejuízo para ambas, como mostrado na matriz dos lucros e prejuízos obtidos pelas empresas nas diferentes combinações de estratégias (Quadro 6). Podemos observar que na nova matriz não é possível encontrar solução utilizando o processo de eliminação das estratégias estritamente dominadas, é aplicado, então, o método de Equilíbrio de Nash, por ser um método mais geral de solução de um jogo.

As empresas ALFA e BETA possuem duas estratégias:

S_1 = {*Desenvolver um Banco de dados; Não-Desenvolver*}

S_2 = {*Utilizar o Banco de dados; Não-Utilizar*}

ALFA	BETA	
	DESENVOLVER	**NÃO-DESENVOLVER**
Utilizar	**2,1**	-1,-2
Não-utilizar	0,-1	**1,2**

Equilíbrio de Nash

Quadro 6: Matriz de *Pay-offs* – Identificação dos Equilíbrios de Nash
Fonte: Elaborado pelo autor.

Se as estratégias forem {utilizar, desenvolver}, ambas as empresas lucrarão, mas ALFA lucrará mais por que com o novo banco agregará, mais valor a seu *software* sem ter investido em seu desenvolvimento; se a combinação das estratégias forem {utilizar, não-desenvolver}, ambas terão prejuízos, pois não serão competitivas sem o novo banco de dados, mas BETA terá um prejuízo maior e perderá mais sem as compras da ALFA e ela perderá por ter se preparado para usar o novo banco de dados; no caso de {não-utilizar, desenvolver}, BETA terá investido no desenvolvimento do banco de dados, mas ALFA não o utilizará, assim, BETA terá o prejuízo equivalente ao que investiu no desenvolvimento e ALFA não lucrará nada adicionalmente; no caso do resultado {não-utilizar, desenvolver} as duas empresas lucrarão, mas BETA lucrará mais, pois não terá investido no desenvolvimento do banco de dados.

Utilizando o método do Equilíbrio de Nash, podemos facilmente verificar que existem dois equilíbrios (Quadro 6). A melhor resposta para a ALFA, caso a BETA resolva {Desenvolver o Banco de Dados}, é {Utilizar a Ferramenta} e a melhor resposta para a BETA, caso a ALFA decida {Utilizar a Ferramenta} é {Desenvolver o Banco de Dados}. Então, {Desenvolver} para a BETA e {Utilizar} para a ALFA é um equilíbrio. Verificamos, ainda, que a melhor resposta para a ALFA, caso a BETA resolva {Não-desenvolver o Banco de Dados}, é {Não-utilizar a ferramenta} e a melhor resposta para a BETA, caso a ALFA decida {Não-utilizar a ferramenta}, é {Não-desenvolver o Banco de Dados}. Então, {Não-desenvolver} para a BETA e {Não-atualizar} para a ALFA também é um Equilíbrio de Nash.

Saiba mais...

John von Neumann foi um matemático que contribuiu para o desenvolvimento da Teoria dos Jogos. Atribui-se, ainda, a John von Neumann o conceito de programa armazenado, que revolucionou as ciências da computação ao descrever de forma minuciosa e quase completa a arquitetura de um computador com programa armazenado. Acesse o *site* da Unicamp para saber mais sobre o assunto: <http://www.ic.unicamp.br/~tomasz/projects/vonneumann/node3.html>. Acesso em: 16 maio 2011.

Existem alguns jogos clássicos, na Teoria dos Jogos, que servem para exemplificar a questão da interação estratégica entre os jogadores. Como, por exemplo, o dilema dos prisioneiros, descrito a seguir.

UNIDADE 3

O Dilema dos Prisioneiros

O dilema dos prisioneiros é, provavelmente, o exemplo mais conhecido da Teoria dos Jogos. Foi desenvolvido por Albert W. Tucker, em 1950, durante uma conferência para psicólogos e é uma forma extremamente simples de explicar o uso da Teoria dos Jogos para estratégias cooperativas. No decorrer dos anos, a versão original do dilema dos prisioneiros foi sendo lentamente modificada sem, contudo, alterar a situação de conflito.

De acordo com o Dicionário Aurélio (2011), a palavra “dilema” representa uma situação embaraçosa com duas saídas difíceis ou penosas. O dilema dos prisioneiros, que não é um jogo de soma zero, ou seja, existe a possibilidade de ganhos múltiplos, é descrito da seguinte maneira: a polícia capturou dois indivíduos suspeitos de um crime (e de fato o cometeram juntos), mas não possui a prova necessária para condená-los, devendo libertar os dois prisioneiros, a menos que um deles providencie tal prova contra o outro. A polícia os tem em celas separadas e faz a seguinte oferta: “cada um de vocês pode escolher entre confessar ou negar o crime. Se ambos confessarem, cada um terá uma pena de cinco anos. Se um confessar e o outro negar, nós libertaremos quem confessou e levaremos quem negou para o juiz, que lhe dará a pena máxima de dez anos. Se vocês negarem, ambos irão presos e receberão a pena mínima, de um ano.”

Nesse contexto, temos:

$J = \{Prisioneiro\ 1,\ Prisioneiro\ 2\}$, onde J = conjunto dos prisioneiros

$S^1 = \{confessar,\ negar\}$ e $S^2 = \{confessar,\ negar\}$

$$S = \begin{Bmatrix} (S_1^1, S_1^2),(S_1^1 S_2^2), \\ (S_2^1, S_1^2),(S_2^1 S_2^2), \end{Bmatrix}$$

$$S = \begin{Bmatrix} (confessar,\ confessar),\ confessar,\ negar), \\ (negar,\ confessar),\ (negar,\ negar) \end{Bmatrix}$$

A matriz de pay-offs a seguir (Quadro 7) apresenta os quatro resultados possíveis:

Prisioneiro 1	Prisioneiro 2	
	Confessar	Negar
Confessar	-5, -5	0, -10
Negar	10, 0	-1, -1

Quadro 7: Matriz de *Pay-offs* – Dilema dos Prisioneiros
Fonte: Elaborado pelo autor

O prisioneiro 1 pode ter a seguinte linha de raciocínio: "duas situações podem ocorrer: o prisioneiro 2 pode confessar ou negar. Se ele confessar, então é melhor para mim confessar também; se ele negar e eu confessar, eu estarei livre." Aparentemente a melhor opção é confessar. Como essa é a melhor opção para os dois prisioneiros, o Equilíbrio de Nash, portanto, é {confessar, confessar}.

Um fator extremamente importante no dilema dos prisioneiros deriva do fato de eles não se comunicarem. Se eles pudessem se comunicar, provavelmente ambos negariam o crime. Podemos perceber que a possibilidade de estabelecer compromissos garantidos é muito importante para a determinação do jogo.

Carraro (1997) classifica os jogos econômicos em cooperativos e não-cooperativos. Um jogo será cooperativo quando seus participantes puderem planejar estratégias conjuntas, formalizadas através de contratos. Quando não for possível o estabelecimento de contratos entre os participantes, o jogo será não-cooperativo.

Zawislak (1996) exemplifica um jogo cooperativo através da cooperação tecnológica entre duas empresas que, através do cumprimento de um contrato e da divisão dos ganhos decorrentes, beneficiam-se de tal investimento.

Veja que podemos mostrar exemplos de jogos entre empresas que são semelhantes ao dilema dos prisioneiros. Assim, se as empresas 1 e 2 adotam jogos cooperativos, elas poderão negociar um investimento conjunto para o desenvolvimento de uma nova tecnologia, por exemplo, falta de *know-how* suficiente para sozinhas obterem o sucesso desejado.

Por outro lado, caso não exista a possibilidade de formalização de um contrato, teremos jogo não-cooperativo. Nesse caso, as duas empresas concorrentes levarão em consideração as prováveis estratégias adotadas por sua concorrente (volume de investimento na atividade de P&D) de forma independente, visando obter maiores ganhos unilaterais no mercado.

O maior conhecimento relativo das informações econômicas por parte de uma firma pode levá-la a se comportar de um modo diferente das demais, com conhecimento homogêneo. Da mesma forma, o menor conhecimento também irá forçar um tipo de reação. Segundo McGuian (2004), os contratos incompletos resultam em um comportamento ineficiente pelas partes envolvidas, acarretando inevitavelmente o aumento do custo.

Em uma analogia do dilema dos prisioneiros com a dinâmica do mundo empresarial, é possível imaginar duas empresas lutando pelos mesmos ganhos. Nesse jogo, o objetivo da empresa é decidir estrategicamente sua forma de entrar em um mercado através da cooperação sobre as informações de mercado.

No Quadro 8 é apresentada a matriz de *pay-offs* do faturamento de duas empresas: a empresa 1 e a empresa 2. Nesse caso, quando o resultado do jogo for {cooperar, cooperar} as empresas ganham com a troca de informações e faturam quatro milhões cada; se o resultado for {cooperar, não-cooperar} a empresa 1 que cooperou fatura menos (um milhão) e a empresa 2 que apenas se aproveitou das informações da empresa 1 fatura mais (seis milhões); no caso do resultado {não-cooperar, cooperar} a empresa 2 que cedeu sozinha as informações tem faturamento menor (um milhão) e a empresa 1 que se aproveitou dessas informações sem ceder as suas faturou mais (seis milhões); para o resultado {não-cooperar, não-cooperar}, as empresas faturam de forma igual (três milhões), mas em um nível menor do que na situação de compartilhamento mútuo das informações.

Sendo assim, a empresa tem duas alternativas possíveis: cooperar mercadologicamente com seu adversário potencial ou não cooperar e entender de forma menos completa o mercado, o que significa competir no mercado através de suas próprias informações parciais.

Empresa 1	Empresa 2	
	Cooperar	Não-cooperar
Cooperar	4, 4	1, 6
Não-cooperar	6,1	3, 3

Quadro 8: Matriz de *Pay-offs* – Dilema dos Prisioneiros aplicado a Problemas empresariais
Fonte: Elaborado pelo autor

A partir da análise do Quadro 8, podemos supor que a melhor alternativa para as duas empresas (Equilíbrio de Nash) seja cooperar, porém, a traição, nesse caso, passa a ser uma escolha racional. Então, o risco da traição torna-se um fator impeditivo para que as empresas dividam o mercado, fazendo com que a melhor opção seja adotar estratégias de não-cooperação.

As alianças estratégicas funcionam como uma forma de redução do risco da traição, através da formalização das estratégias colaborativas entre as empresas. Hitt (2005) acrescenta, ainda, que as alianças estratégicas têm mais chances de sucesso quando os agentes conhecem a intenção estratégica do outro ator.

Outro exemplo clássico da Teoria dos Jogos é a Batalha dos Sexos, em que há a existência de múltiplos equilíbrios. Veremos isso a seguir.

A Batalha dos Sexos

Neste exemplo, um casal está tentando decidir onde irão se divertir à noite. O homem, que aqui chamaremos de Emílio, gostaria de ir ao jogo de futebol, enquanto a mulher, que aqui chamaremos de Lílian, gostaria de ir ao teatro. Embora ambos tenham preferências por lugares diferentes, eles preferem sair juntos ao invés de saírem separados, como apresentado na Matriz a seguir (Quadro 9), os *pay-offs* expressam o nível de satisfação de cada um com as diferentes combinações de decisão de entretenimento. Assim, por exemplo, 2 significa muito satisfeito, 1 significa apenas satisfeito e zero que não há nenhuma satisfação.

Emílio	Lilian	
	Futebol	Teatro
Teatro	0, 0	**2, 1**
Futebol	**2, 1**	0, 0

Quadro 9: Matriz de *Pay-offs* – Jogo de Batalha dos Sexos
Fonte: Elaborado pelo autor

Nesse caso, quando o casal decide fazer programas diferentes, o fato de estarem sozinhos, mesmo estando em seus programas favoritos, eles não ficam satisfeitos; quando vão juntos apresentam certo de nível de satisfação só por estarem juntos o que é acrescido pela satisfação de eventualmente estarem em seus programas preferidos. Verificamos que ambos, {Teatro, Teatro}, {Futebol, Futebol}, Equilíbrios de Nash, são a solução do jogo. Esse jogo é outro exemplo, assim como o dilema dos prisioneiros, de iteração estratégica, cujos jogadores ganham quando coordenam suas decisões.

O Jogo do Galinha

O jogo do galinha é a representação esquemática de atitudes de jovens norte-americanos, que ficou popularizado nos anos 50, como no filme de James Jean. Imagine dois adolescentes, Pedro e João. Eles dirigem em alta velocidade em uma estrada em sentido contrário. Quem desviar primeiro perderá o jogo e será "o Galinha" (fracote); termo muito utilizado pelos jovens norte-americanos, para representar alguém covarde, enquanto o outro, o vencedor, será o *though* (durão). Se ambos desviarem ninguém perde o jogo, mas se nenhum dos dois desviarem, eles sofrerão um acidente gravíssimo, podendo inclusive, ser fatal (Quadro 10).

Pedro	João	
	Não-desvia	Desvia
Não-desvia	**-2, -2**	2, -1
Desvia	-1, 2	0, 0

Quadro 10: Matriz de *Pay-offs* – Jogo do Galinha
Fonte: Adaptado de Fiani (2004)

Os ganhos dos jogadores apenas representam as preferências dos jogadores, uma vez que é muito difícil mensurar a possibilidade de um acidente fatal. Assim, a pior opção é {Não-desvia; Não-desvia}, para o Pedro, a opção {Não-desvia} seria a melhor opção, apenas se o João escolher a opção {Desvia} e essa proposição é verdade também para o João, portanto, o Equilíbrio de Nash é {Desvia; Desvia}.

Há ainda algumas situações em que os jogadores, ao invés de utilizar uma estratégia, preferem combinar estratégias aleatoriamente, através da utilização de estratégias mistas.

Estratégias Mistas

Imagine uma final do campeonato carioca decidido entre Vasco e Flamengo, aos 45 minutos do segundo tempo um jogador do flamengo sofre um pênalti. O atacante do flamengo parte para chutar e tem segundos para decidir se bate no canto esquerdo, direito ou no meio. Agora, imagine que ele bata o pênalti sempre da mesma forma, ficaria fácil para o goleiro do Vasco agarrar o chute. A alteração das estratégias é que faz com que a probabilidade do jogador fazer o gol aumente.

Tô a fim de saber

Segundo Pyndck e Rubinfeld (2002), uma razão para considerar as estratégias mistas é que em alguns jogos não ocorre Equilíbrio de Nash. Pode ser mostrado que desde que seja permitido o uso de estratégias mistas, todo jogo tem pelo menos um Equilíbrio de Nash. Contudo, no mundo empresarial supor, por exemplo, que empresas escolherão seus níveis de preço aleatoriamente é pouco aceitável, o que limita o uso desses tipos de estratégias para se analisar as interações empresariais.

Outro exemplo de jogos de estratégia mista, dado por Pindyck e Rubinfeld (2002), é o jogo das moedas. Nesse jogo, os jogadores escolhem mostrar um para o outro, ao mesmo tempo, uma moeda com a face cara ou com a face coroa. Se as duas moedas tiveram a mesma face cara e cara ou coroa e coroa, o jogador A ganha um Real; se as moedas tiverem faces diferentes cara e coroa, o jogador B ganha um Real. Assim temos a matriz de resultados do Quadro 11.

JOGADOR A	JOGADOR B	
	CARA	COROA
Cara	1, -1	-1, 1
Coroa	-1, 1	1, -1

Quadro 11: Matriz de *Pay-offs* – Jogo da Moeda (Estratégia Mista)
Fonte: Adaptado de Pindyck e Rubinfeld (2002)

Observe que não há Equilíbrio de Nash em estratégias puras neste jogo. Contudo, o jogo possui Equilíbrio de Nash quando os jogadores adotam estratégias mistas, ou seja, fazem escolhas aleatórias entre duas ou mais ações possíveis, com base em um conjunto de probabilidades escolhidas. No caso do jogo da moeda considere que o jogador A decida jogar a moeda para cima e então obter cara ou coroa com probabilidade de ½.

O mesmo ocorrendo com o jogador B, o resultado esperado pelos jogadores passam a ser zero (½ x 1 + ½ x –1 = 0,5 – 0,5 = 0) e o jogo passa a apresentar Equilíbrio de Nash. Ou seja, nenhum dos dois jogadores possui estímulo para adotar outro conjunto de probabilidades de ocorrência de cara e coroa.

Fiani (2004) apresenta um exemplo de estratégias mistas através de uma disputa entre duas empresas de Tecnologia da Informação e Comunicação TIC que desenvolveram produtos homogêneos e têm de decidir se adotam ou evitam a campanha publicitária agressiva para comercializar seus produtos. Temos, portanto, dois jogadores representados por $G = \{g_1, g_2\}$ e as estratégias de S_1 = {*adota campanha agressiva; não adota campanha agressiva*} do jogador g_1 e de S_2 = {*adota campanha agressiva; não adota campanha agressiva*} do jogador g_2.

Para identificar quais combinações aleatórias de estratégias seriam mais convenientes para cada jogador, vamos empregar o conceito de recompensa esperada. Fiani (2004) define recompensa esperada de cada jogador como sendo a soma das recompensas, obtidas por esse jogador, resultantes de cada combinação de estratégias adotadas por ele e pelos demais jogadores, na qual essas recompensas se encontram ponderadas pelas probabilidades de que cada uma das estratégias seja adotada pelos jogadores.

No exemplo das duas empresas de TIC, o resultado esperado é o ganho de cada um dos dois jogadores (nível de faturamento), dadas as chances de que cada uma das estratégias seja efetivamente adotada. A probabilidade de a empresa g_1 adotar uma campanha comercial agressiva será de p e a probabilidade de ela não adotar será de $(1 – p)$. Da mesma forma, podemos indicar que g_2 pode adotar uma campanha publicitária agressiva com probabilidade q, e não adotar uma campanha publicitária agressiva com probabilidade $(1 – q)$. A matriz de *pay-off* das empresas g_1 e g_2 é apresentada a seguir no Quadro 12.

EMPRESA g_1	EMPRESA g_2	
	ADOTA CAMPANHA	NÃO ADOTA CAMPANHA
Adota campanha	-20, -20	10, -10
Não adota campanha	-10, 10	0, 0

Quadro 12: Matriz de *Pay-offs* – Jogo das empresas de TIC (campanha publicitária)
Fonte: Adaptado de Fiani (2004)

O Quadro 12 mostra os lucros e os prejuízos das empresas com as decisões tomadas, a pior situação para as duas empresas é quando ambas decidem fazer campanha agressiva, assim, os gastos são altos e não geram muito mais demanda, pois uma anula a outra, fazendo com que as duas amarguem um prejuízo de 20 milhões de reais. Quando uma empresa decide pela campanha agressiva e a outra não o faz, a empresa que faz a campanha realiza lucros substanciais (dez milhões de reais). Se ambas as empresas não adotam campanhas agressivas, seus ganhos ficam inalterados e nenhuma das duas tem lucro. Nesse caso, o jogo possui dois Equilíbrios de Nash {adota, não adota} e {não adota, adota}.

Considerando as probabilidades de tomadas de decisões, as recompensas esperadas para g_1 e g_2 são dadas, respectivamente, por:

$$g_1 = (p)\,(q)\,(-20) + (1-p)\,(q)\,(-10) + (p)\,(1-q)\,(10) + (1-p)\,(1-q)\,(0)$$

e

$$g_2 = (q)\,(p)\,(-20) + (1-q)\,(p)\,(-10) + (q)\,(1-p)\,(10) + (1-q)\,(1-p)\,(0).$$

Tais equações representam o resultado esperado, dada as probabilidades de ocorrência dos possíveis resultados para os jogadores. Podemos explicar a composição dessas expressões da seguinte forma, vamos pegar o caso de g_1:

O resultado para g_1 da combinação das duas empresas adotarem a campanha é de (-20), mas como a probabilidade de g_1 adotar é de (p) e a probabilidade de g_2 adotar é de (q), a probabilidade de ocorrer o resultado (-20) para g1 será (p) . (q) . (-20).

O resultado para g_1 da combinação g_1 não adotar e g_2 adotar é de (-10), como a probabilidade de g_1 não adotar é de (1- p) e de g_2 adotar é de (q), então a probabilidade de (-10) ocorrer para g_1 será de (1-p) . (q) . (-10).

Para a empresa g_1 ter o resultado (10), fruto da combinação das estratégias de g_1 adotar, probabilidade (p) e g_2 não adotar, probabilidade (1-q) haverá uma probabilidade de (p) . (1-q) . (10).

No caso do resultado (0) resultante da combinação g_1 não adotar, com probabilidade (1-p) e g_2 não adotar, probabilidade (1-q), o resultado terá uma probabilidade de (1-p) . (1-q) . (0).

Assim, somando as probabilidades de todos os possíveis resultados para a empresa g_1 teremos:

$$g_1 = (p)\,(q)\,(-20) + (1-p)\,(q)\,(-10) + (p)\,(1-q)\,(10) + (1-p)\,(1-q)\,(0).$$

O mesmo raciocínio se aplica para g_2.

Saiba mais...

Saiba mais sobre a teoria das probabilidades, assistindo a alguns vídeos de aulas sobre noções de probabilidade nos seguintes *sites*:
<http://www.youtube.com/watch?v=uHSpupVbcmE>;
<http://www.youtube.com/watch?v=05m5BRVw7P8>; ou
<http://www.youtube.com/watch?v=gBazy76XObM>. Acesso em: 16 maio 2011.

Simplificando a expressão de g_1, obtemos $g_1 = -20pq + 10\,q + 10p$ e colocando p em evidência, temos $g_1 = p(10 - 20q) - 10q$.

Perceba que a probabilidade de g_1 adotar uma campanha agressiva aumenta quando q é estritamente menor do que ½, pois, nesse caso, g_1 aumenta com aumento de p. Por outro lado, se q for maior do que ½, o valor de g_1 aumenta, à medida que p diminui. Portanto, para que g_1 seja indiferente quanto à probabilidade de g_2 adotar ou não uma campanha agressiva, g_1 deve adotar uma estratégia mista em que escolha adotar uma campanha agressiva, com probabilidade de ½ e não adotar uma campanha agressiva, com probabilidade de ½. A estratégia mista a ser adotada por g_1 é então:

g_1 = {*Adota campanha agressiva*: ½; *Não adota campanha agressiva*: ½}.

Verificamos então que a estratégia mista para a empresa g_2 é:
g_2 = {*Adota campanha agressiva*: ½; *Não adota campanha agressiva*: ½}.

Liderança de Quantidade e Preço

Agora, neste tópico, você verá que serão analisados os modelos de Cournot, Stackelberg e Bertrand para produtos homogêneos. Em alguns desses modelos é necessário um conhecimento elementar de derivadas e sua aplicação à problemas de otimização (maximizar ou minimizar uma função). Se você não dominar esse tipo de conhecimento, sugiro a leitura da obra de Chiang (2008), Capítulos 9 a 12.

Produtos homogêneos – são aqueles em que os consumidores não encontram diferenças em seus atributos, como por exemplo: a qualidade, sendo a variável preço a responsável pela definição da opção de consumir. Fonte: Pindyck e Rubinfeld (2002).

Saiba mais...

Para saber quem foram Cournot, Bertrand e Salckelberg, acesse os seguintes *sites*:
<http://www.corecon-rj.org.br/Grandes_Economistas_Resultado.asp?ID=33> e <http://www.corecon-rj.org.br/Grandes_Economistas_Resultado.asp?ID=21>. Acesso em: 16 maio 2011.

O Modelo de Cournot com duas Empresas

O Modelo de Cournot, como você já viu nas disciplinas de micro e macroeconomia, em sua essência é um modelo de duopólio no qual as empresas consideram fixo o nível de produção da sua concorrente e decidem, simultaneamente, a quantidade que devem produzir (PINDYCK, 2002). Esse modelo é aplicado em empresas que desenvolvem produtos homogêneos e dis putam o mesmo mercado e orientadas pelo lucro. Assim, as empresas buscam a maximização do lucro, que neste jogo, será a sua recompensa, embora os conceitos aqui apresentados sejam amplamente aplicáveis a outros tipos de empresas, como aquelas que têm uma visão pluralista em relação à consecução dos seus objetivos.

A função lucro será definida, de maneira a simplificar o raciocínio, como a diferença entre a receita e os custos. Desse modo, para encontrarmos a função de recompensa (lucro), temos primeiramente que definir a função de receita e a função de custos.

Para encontrar a função de receita da empresa, devemos definir primeiramente a função de demanda, representada de forma linear pela função a seguir:

$$P(q) = A - b(q_1 + q_2)$$

Onde $P(q)$ é o preço de mercado como função da quantidade, q é a quantidade total produzida e vendida no mercado, A é o intercepto vertical (valor no qual a reta dessa função corta o eixo vertical em um plano catersiano), b é a inclinação da reta, q_1 é a quantidade total produzida e vendida pela empresa 1, q_2 é a quantidade produzida e vendida pela empresa 2, sendo $q = (q_1 + q_2)$.

A função de receita, que é definida pelo produto do preço de mercado pela quantidade produzida, é dada, para cada uma das empresas, como sendo:

$$RT_1 = p\ (q)\ q_1 = Aq_1 - bq_1^2 - bq_1q_2$$
$$RT_2 = p\ (q)\ q_2 = Aq_2 - bq_2^2 - bq_1q_2$$

Para você encontrar a função custo de cada empresa terá que encontrar o produto do custo unitário (c) pela quantidade produzida. As funções são idênticas e dadas por:

$$C_1 = cq_1$$
$$C_2 = cq_2,$$
onde
$$C > 0$$

Devemos escrever a função de recompensa das empresas 1 e 2, subtraindo a função receita da função custo, ou seja, $\pi = RT - C$.

A função de recompensa (π_1 e π_2), explicitando a receita RT, é dada, então, por:

$$\pi_1 = Aq_1 - bq_1^2 - bq_1q_2 - cq_1$$
$$\pi_2 = Aq_2 - bq_2^2 - bq_1q_2 - cq_2$$

Derivando as equações em função das quantidades produzidas pelas empresas e igualando a zero, para obter a condição (1ª ordem) de maximização da função de recompensa, chegamos às duas equações seguintes que chamaremos de primeira equação e de segunda equação:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = A - 2bq_1 - bq_2 - c = 0$$
$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = A - 2bq_2 - bq_1 - c = 0$$

Colocando as equações $\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1}$ e $\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2}$ em função de q_1 e q_2, respectivamente, obtemos:

Resolvendo a primeira equação para q_1:

$A - 2bq_1 - bq_2 - c = 0$

$2bq_1 = A - bq_2 - c$

$$q_1 = \frac{A - bq_2 - c}{2b}$$

Resolvendo a primeira equação para q_2:

$A - 2bq_1 - bq_2 - c = 0$

$bq_2 = A - 2bq_1 - c$

$$q_2 = \frac{A - 2bq_1 - c}{b}$$

Resolvendo a segunda equação para q_1:

$A - 2bq_1 - bq_2 - c = 0$

$2bq_1 = A - bq_2 - c$

$$q_2 = \frac{A - bq_1 - c}{2b}$$

Resolvendo a segunda equação para q_2:

$A - 2bq_2 - bq_1 - c = 0$

$bq_1 = A - 2bq_2 - c$

$$q_1 = \frac{A - 2bq_2 - c}{b}$$

Assim, temos:

$$q_2 = \frac{A - bq_2^e - c}{2b} = \frac{A - bq_1 - c}{b}$$

$$q_2 = \frac{A - bq_1^e - c}{2b} = \frac{A - bq_1 - c}{b}$$

Antes de continuarmos com a apresentação do modelo de Cournot, vamos dar uma parada para você entender de forma intuitiva o processo de maximização da função de lucro, é preciso saber que esse procedimento matemático encontra o valor da produção (q_1 – da empresa 1 ou q_2 da empresa 2) que trará o máximo de lucro. Na verdade isso se dá encontrando a derivada da função lucro, em relação ao "q", ou seja, representado pela notação $\frac{\partial \pi}{\partial q}$.

A derivada de uma função pode ser entendida como a inclinação de uma tangente à curva representativa da mesma em um determinado ponto. Se você observar a função lucro perceberá que ela é uma função quadrática e que seu máximo será no topo, onde sua tangente tem inclinação igual a zero, por isso derivamos e igualamos a zero, ou seja, encontramos a inclinação de uma tangente igual a zero, o ponto no topo da função, como mostra a Figura 6, a seguir.

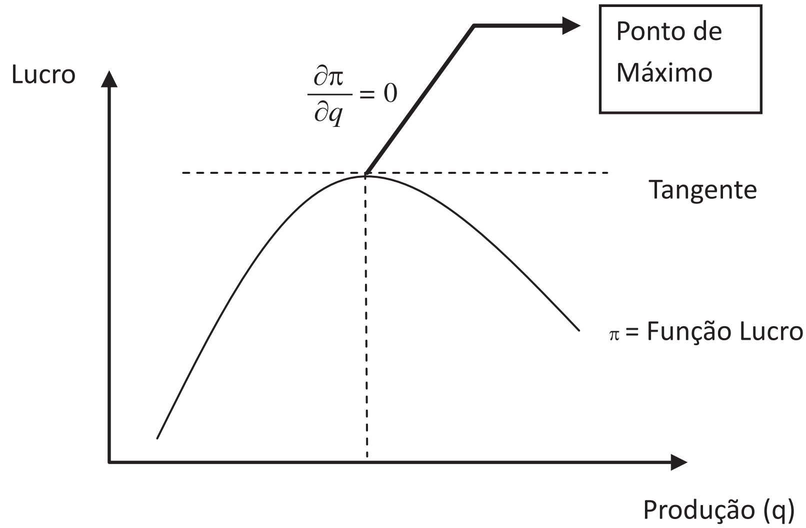

Figura 6: Ponto de máximo da função lucro
Fonte: Elaborada pelo autor

Agora que você já tem uma boa noção do conceito de maximização da função lucro (usando abordagem das derivadas), podemos continuar trabalhando no Modelo de Cournot. Dessa forma, você verá que duas equações para q_1 e q_2 descrevem quanto cada uma das empresas produzirá para maximizar seus lucros, dado que a quantidade produzida pela sua concorrente é a esperada (indicada pelo *e*). Então, a equação nos dá as funções de reação das empresas 1 e 2. Resolvendo as equações de q_1 e de q_2 para q_1^e e para q_1^e e igualando $q_1 = q_1^e$ e $q_1 = q_1^e$ s, obtemos:

$$\frac{A - bq_2 - c}{2b} = \frac{A - 2bq_2 - c}{b}$$

$$A - bq_2 - c = 2A - 4bq_2 - 2c$$

$$-A + bq_2 - c = 2A - 4bq_2 - 2c$$

$$3bq_2 = A - c$$

$$q_2 = \frac{A - c}{3b}$$

Como as funções de q_1 e q_2 são idênticas,

$$q_1 = \frac{A - c}{3b}$$

Essas equações representam as curvas de reação das empresas 1 e 2 (Figura 7), em seguida são dados exemplos numéricos das reações das empresas à decisão das outras mostrando os mecanismos que operam essas reações nas empresas.

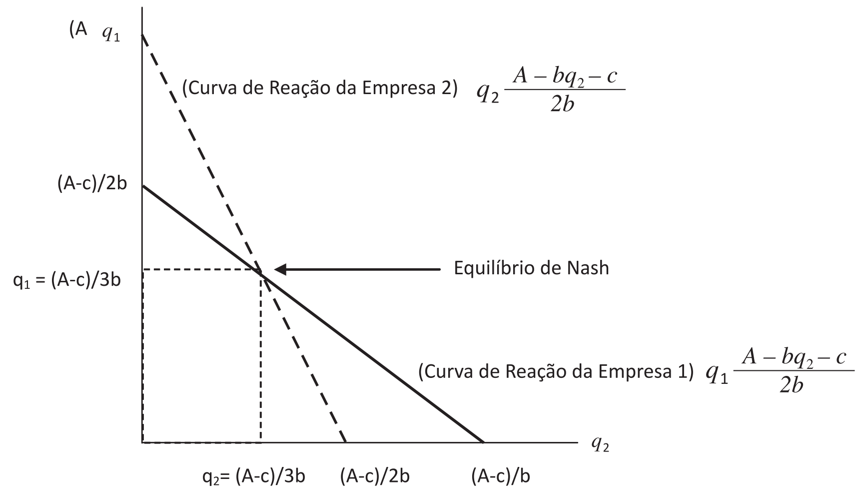

Figura 7: Decisão de produção da empresa 1
Fonte: Adaptada de Pindyck e Rubinfeld (2002)

Pindyck e Rubinfeld (2002) afirmam que a decisão da produção capaz de maximizar o lucro depende da percepção que a empresa tem de quanto seu concorrente produzirá. Caso a empresa 1 acredite que a empresa 2 nada irá produzir, a curva de demanda da empresa 1 será igual à curva de demanda do mercado, representada por D_1 (0) na Figura 7. Estamos presumindo, para esse exemplo específico, para efeito de simplificação, que o custo marginal CMg_1 seja constante e que o nível de produção capaz de maximizar lucros para a empresa 1 seja de 50 unidades, sendo esse o ponto de interseção da receita marginal RMg_1 (0) e CMg_1, de acordo com a Figura 8, a seguir.

Leia mais sobre Custo Marginal, em: <http://www.portaisws/?page=art_det&tida=1355>. Acesso em: 16 maio 2011.

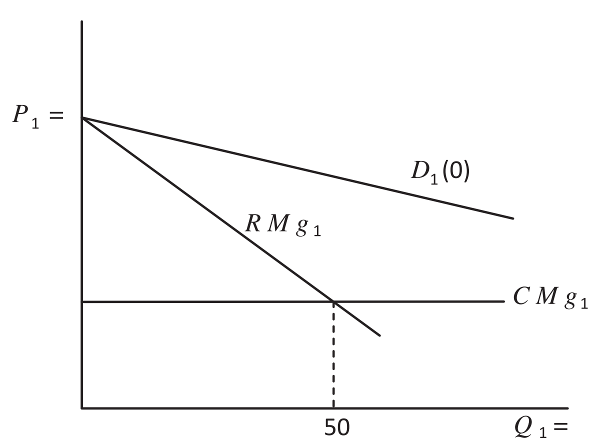

Figura 8: Decisão de produção da empresa 1
Fonte: Adaptada de Pindyck e Rubinfeld (2002)

Em um segundo momento, supondo que a empresa 1 esteja estimando que a empresa 2 produzirá 50 unidades, sua curva de demanda D_1 (50) sofrerá um deslocamento para a esquerda e a maximização do lucro implicará na produção de 25 unidades, conforme mostra a Figura 9.

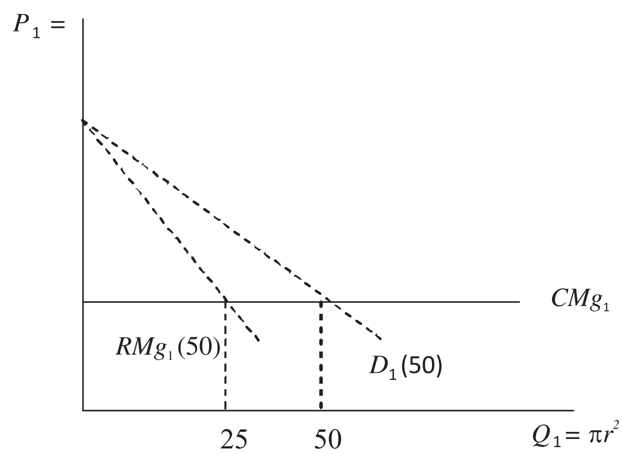

Figura 9: Decisão de Produção da empresa 1
Fonte: Adaptada de Pindyck e Rubinfeld (2002)

Em um terceiro momento, supondo que a empresa 1 estima que a empresa 2 produzirá 75 unidades, sua curva de demanda D_1 (75) sofrerá um novo deslocamento para a esquerda, e a maximização do lucro implicará na produção de 12,5 unidades, conforme mostra a Figura 10.

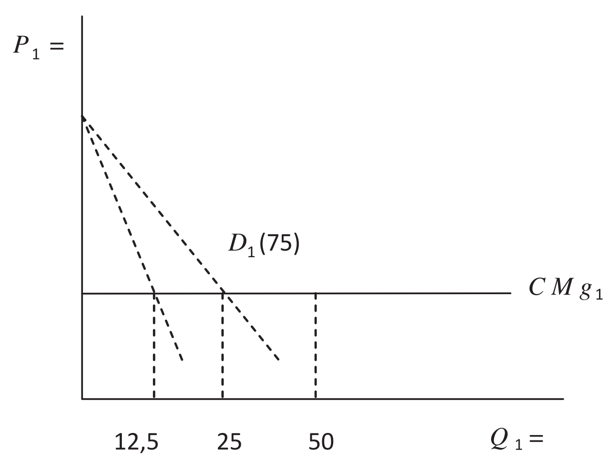

Figura 10: Decisão de produção da empresa 1
Fonte: Adaptada de Pindyck e Rubinfeld (2002)

Você notará, então, que a maximização do lucro depende da estimativa correta que cada empresa fará da sua concorrente. Segundo Pindyck e Rubinfeld (2002), o equilíbrio ocorre quando cada empresa não apenas estima corretamente a quantidade produzida pelo seu concorrente, como determina adequadamente o seu próprio nível de produção.

Em Equilíbrio de Nash, cada empresa determina seu nível de produção conforme sua própria curva de reação; os níveis de produção são, por isso, encontrados no ponto de interseção entre as duas curvas de reação e cada empresa reage da melhor maneira à ação do concorrente (PINDYCK; RUBINFELD, 2002).

Apresentaremos a partir de agora um exemplo numérico, dado em Pindyck e Rubinfeld (2002), de como duas empresas se comportam em equilíbrio competitivo e em Equilíbrio de Cournot. Suponhamos que, no mercado, as empresas que compõem determinado duopólio se deparem com a seguinte curva de demanda:

$$p = 30 - Q$$

Sabendo que $Q = q_1 + q_2$, que $R = PQ$ e supondo que ambas as empresas tenham custo marginal igual a zero, $CMg_1 = CMg_2 = 0$, podemos, então, determinar a curva de reação da empresa 1, apresentada a seguir:

$$R_1 = PQ_1 = (30 - Q)q_1$$
$$R_1 = (30 - (q_1 + q_2))q_1$$
$$R_1 = 30q_1 - q^2{}_1 - q_1q_2$$

Note que, derivando a equação em função de q_1, igualando a receita marginal a zero (Rmg = Cmg) e resolvendo a equação, encontramos a curva de reação da empresa 1:

$$30 - 2q_1 - q_1 = 0$$
$$q_1 = \frac{30 - q_2}{2}$$
$$q_1 = 15 - \frac{1}{2}q_2$$

De forma semelhante, obtemos a curva de reação da empresa 2, dada por:

$$q_2 = 15 - \frac{1}{2}q_1$$

As quantidades de equilíbrio são os valores de q_1 e q_2 que se encontram no ponto de interseção entre as duas curvas de reação.

Substituindo q_1 por q_2, obtemos $q_1 = q_2 = 10$. Logo, a quantidade total produzida (Q) é $q_1 + q_2 = 10$, e o preço de equilíbrio é determinado por:

$$P = 30 - Q$$
$$P = 10$$

Considerando que a receita total é igual ao custo marginal (no exemplo, igual a zero) e que o lucro total das empresas é maximizado pela quantidade total produzida por cada empresa, é determinada a maximização do lucro por:

$$R = PQ$$
$$R = (30 - Q)Q$$
$$R = (30Q - Q^2)$$
$$R = (30Q - Q^2)$$

Portanto:

$$RMg = \frac{\Delta R}{\Delta Q} = 30 - Q^2$$
$$30 - 2Q = 0$$
$$2Q = 30$$
$$2Q = 30$$
$$Q = 15$$

Coalizão – em um jogo estratégico ocorre quando os jogadores combinam entre si suas estratégias, neste caso do exemplo de Cournot atuam como uma única empresa ofertante no mercado. Fonte: Pindyck e Rubinfeld (2002).

Nesse momento, você pode concluir que $Q = 15$ é a quantidade produzida que maximiza o lucro das empresas 1 e 2 em equilíbrio competitivo (Figura 11).

No exemplo para o Equilíbrio de Cournot, as equações de reações, relembrando, são:

$$q_1 = \frac{A - bq_2 - c}{2b} = 15 - \frac{1}{2}\, q_2$$

e

$$q_2 = \frac{A - bq_2 - c}{2b} = 15 - \frac{1}{2}\, q_1$$

Assim, no equilíbrio de Cournot é $q_1 = q_2$, então:

$$q_1 = \frac{A - c}{3b} = \frac{30}{3} = 10$$

Idem para $q_2 = 10$ (Figura 11).

Leia mais sobre a Lei Antitruste em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/revista/rev_27/artigos/art_Waldir.htm>. Acesso em: 16 maio 2011.

No caso de uma coalizão, sem aplicação da Lei Antitruste, as empresas iriam produzir, para maximizar o lucro, como se fossem uma única empresa. Assim, a receita marginal (Rmg=Cmg), sendo Cmg=0, então:

$RT = P \,.\, Q$
$RT = (30 - Q).\, Q$, dado que $P = 30 – Q$
$RT = 30Q – Q^2$
$Rmg = 30 – 2Q = 0$
$Q = 30/2 = 15$, sendo $Q\ (q_1 + q_2)$ e $q_1 = q_2$, Assim:
$q_1 = q_2 = 7{,}5$

Veja que o equilíbrio com coalizão, através da Figura 11, apresenta a melhor opção estratégica de produção, pois produz menos para maior lucro (PINDYCK; RUBINFELD, 2002). Atente para o fato de que, embora dependendo do mercado de atuação, a coalizão está sujeita à Lei Antitruste, sendo, portanto, recomendável um maior aprofundamento na parte legal antes de adotar tal posicionamento. O equilíbrio competitivo apresenta-se benéfico para os consumidores, mas é necessário um maior nível de produção para que seja maximizado o lucro. O Equilíbrio de Nash aparenta ser a opção ideal, pois permite um lucro maior do que o equilíbrio competitivo e não sofre pressões da Lei Antitruste. Encontramos, portanto, um Equilíbrio de Nash, uma vez que nenhuma das empresas opta por adotar uma estratégia diferente, dada a estratégia do concorrente.

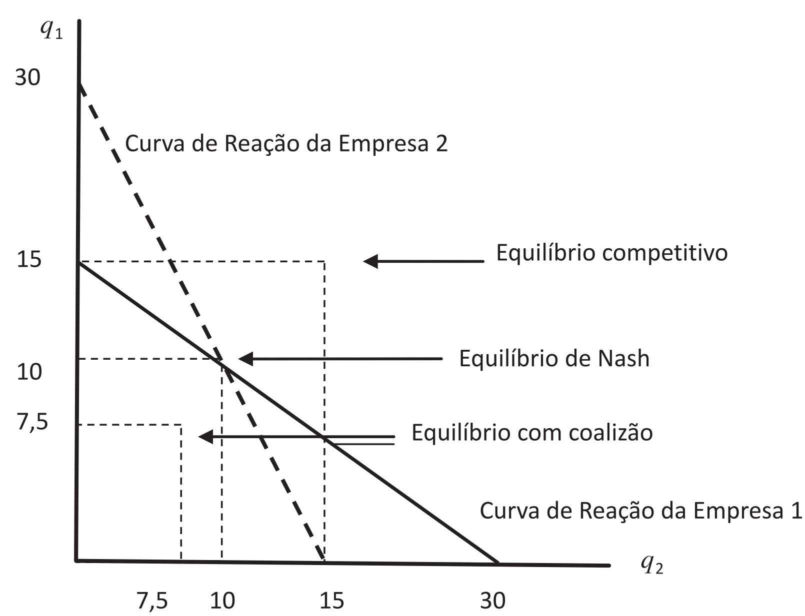

Figura 11: Funções de reação
Fonte: Adaptada de Pindyck e Rubinfeld (2002)

O Modelo de Stackelberg

O modelo de Stackelberg é um modelo de duopólio cujas empresas consideram fixo o nível de produção da sua concorrente e decidem em momentos diferentes qual quantidade produzir. Assim, existe a oportunidade de reação das empresas (PINDYCK; RUBINFELD, 2002). Esse modelo, assim como o de Cournot, é aplicado em empresas que desenvolvem produtos homogêneos e disputam o mesmo mercado.

Na situação criada, consideramos que a empresa 1 determina primeiramente seu nível de produção e a empresa 2 toma a decisão de quanto produzir, já sabendo da ação tomada pela empresa 1.

Considerando, novamente, que a curva de demanda do mercado é obtida pela equação $P = 30 - Q$ e a empresa 1, visando a maximização do lucro, tem sua receita marginal igual ao seu custo marginal, que é zero, a curva de receita, assim como no Modelo de Cournot, é definida por $R_1 = PQ_1 = 30Q_1 - Q^2_1 - Q_2Q_1$.

A empresa 2, já sabendo da quantidade produzida pela empresa 1, tem sua curva de reação semelhante ao Modelo de Cournot, em $q_2 = 15 - \frac{1}{2}q_1$.

A situação de vantagem que a empresa 1 obtém sobre a empresa 2 decorre do fato de ela ter a oportunidade de produzir a quantidade que maximiza o lucro e saber a quantidade que a empresa 2 produzirá, dada a sua curva de reação. Portanto, substituindo Q_2 em R_1, obtemos:

$$R_1 = 30q_1 - q_1^2 - q_1\left(15 - \frac{1}{2}q_1\right)$$

$$R_1 = 30q_1 - q_1^2 - 15q_1 + \frac{1}{2}q_1^2$$

$$R_1 = 15q_1 - \frac{1}{2}q_1^2$$

$$R_1 = 15q_1 - \frac{1}{2}q_1^2$$

Como a receita marginal (RMg_1) é a receita incremental (ΔR_1), que resulta de uma variação incremental da produção (Δq_1), então $RMq_1 = \frac{\Delta R_1}{\Delta Q_1}$. Para obter RMg_1, então, derivamos a receita em função

da quantidade produzida, $RMg_1 = \frac{\partial R_1}{\partial q_1}$, e obtemos: $\frac{\partial R_1}{\partial Q_1} = 15 - q_1$.
Supondo $RMg_1 = 0$, temos que $q_1 = 15$. Substituindo q_1 na curva de reação da empresa 2 $q_2 = 15 - \frac{1}{2} q_1$, obtemos que $q_2 = 7{,}5$.

Concluímos que a empresa 1 produz o dobro da empresa 2 que obtém um lucro maior, na mesma proporção. O Equilíbrio de Nash é caracterizado porque nenhuma das empresas tem uma estratégia melhor, dada a estratégia do seu concorrente. Caso a empresa 2 aumente a quantidade produzida, ambas as empresas incorrem em prejuízo.

O Modelo de Bertrand

Diferentemente dos Modelos de Stackelberg e Cournot, cujas empresas concorrem por meio da determinação da quantidade, o modelo de Bertrand determina o preço do produto como forma de maximização do lucro (PINDYCK; RUBINFELD, 2002). No Modelo de Bertrand, que pode ser aplicado às empresas que produzem produtos homogêneos ou diferenciados, as empresas consideram fixo o preço do seu concorrente e decidem simultaneamente para qual preço mudar.

Adotando a mesma curva de demanda do mercado, $P = 30 - Q$ e supondo que as empresas tenham um custo marginal igual a \$3,00, ou seja, $CMg_1 = CMg_2 = 3$, as empresas 1 e 2 teriam um incentivo para reduzir seu preço até igualar ao custo marginal, situação competitiva de maximização do lucro, portanto, $P_1 = P_2 = 3$ e P = Cmg.

A quantidade produzida pelo setor é, então, definida, por:

$$P = Cmg$$
$$3 = 30 - Q$$
$$Q = 30 - 3$$
$$Q = 27$$

Sendo $Q_1 = 13{,}5$ e $Q_2 = 13{,}5$ e considerando que o preço é igual ao custo marginal, o equilíbrio se dá de forma que as empresas não obteriam lucro e nem teriam nenhum incentivo para mudar.

Você viu nesta Unidade como encontrar soluções em diferentes tipos de situações e jogos não-cooperativos, desde jogos mais clássicos que servem de inspiração e exemplo para outros tipos de situações até jogos mais aplicados em situações mais reais. Na próxima Unidade vamos complementar as análises de possíveis jogos, incluindo os jogos repetidos e os de cooperação.

Resumindo

Nesta Unidade vimos que as estratégias dominantes são aplicáveis quando os jogadores são racionais e têm certeza da estratégia adotada pelo outro jogador. Conceituamos Equilíbrio de Nash quando cada estratégia se torna a melhor resposta possível às estratégias dos demais jogadores e isso é verdade para todos os jogadores. Analisamos jogos clássicos da Teoria dos Jogos, como o jogo do galinha, a batalha dos sexos e o dilema dos prisioneiros, em que constatamos que a melhor alternativa é a cooperação, mas o risco da traição faz com que os prisioneiros optem pela estratégia de não-cooperação. Acrescentamos aos jogos à questão da probabilidade ao utilizar as estratégias mistas. No final, foram resolvidos exemplos dos Modelos de Cournot e Stackelberg através de estratégias simultâneas, e de Bertrand utilizando jogos sequenciais.

Chegamos ao final de mais uma Unidade certos de que você entendeu bem o que apresentamos. Para conferir o seu aprendizado realize as atividades propostas a seguir e, se surgir dúvidas, lembre-se de entrar em contato com o seu tutor, pois ele está à sua disposição para auxiliá-lo.

Bons estudos!

Atividades de aprendizagem

1. Quais os pressupostos para que seja possível resolver um jogo através da eliminação estrita das estratégias dominadas?
2. Defina Equilíbrio de Nash.
3. Dado o seguinte jogo, responda às questões a seguir.

EMPRESA g_1	EMPRESA g_2	
	COOPERA	COMPETE
Coopera	3,3	0,2
Compete	2,0	1,1

   a) Existe solução possível através das estratégias dominantes? Se sim, qual o resultado do jogo?
   b) Existe solução possível através de Equilíbrio de Nash? Se sim, qual o resultado do jogo?

4. Dê um exemplo do cotidiano da aplicação de estratégias mistas.
5. Resolva o jogo mostrado no quadro a seguir, utilizando estratégias mistas.

EMPRESA g_1	EMPRESA g_2	
	COOPERA	COMPETE
Coopera	3,3	0,2
Compete	2,0	1,1

6. Considere duas empresas (empresa 1 e empresa 2) que atuam em um mercado cuja demanda é dada por $P = 20 - Q$ e que $Q = Q_1+Q_2$ e que seus custos são dados por $C_1=8+2Q_1$ e $C_2=10+4Q_2$. Encontre, matematicamente, os equilíbrios neste mercado, supondo os Modelos de Cournot, de Stackelberg e de Bertrand.

4
UNIDADE

Jogos Repetidos e Cooperação

Objetivo

Nesta Unidade, você analisará o dilema dos prisioneiros, em jogos repetidos finitos, utilizando para tanto, o Modelo de Cournot.

Você verá a influência da traição em jogos cujas empresas deveriam cooperar entre si. No final da Unidade, você observará o conceito de teorema popular e as múltiplas possibilidades de cooperação mediante a utilização de vetores.

Dilema dos Prisioneiros em Jogos Repetidos

Prezado estudante,

Você chegou à última Unidade desta disciplina, já viajou por vários temas sobre a Teoria dos Jogos, agora chegou o momento de você colocar em prática o que aprendeu.

Vamos, então, ver a questão prática dos modelos aprendidos anteriormente.

Bons estudos!

O raciocínio que você deve ter quando trabalha com jogos repetidos é que os jogadores farão uma jogada considerando as consequências que a escolha adotada pelo jogador terá para no desenvolvimento do jogo. Fiani (2004) sugere, para trabalhar com jogos repetidos finitos, o método da indução reversa. Uma vez que cada jogador considerará as consequências no desenrolar do jogo, é como se antecipasse o resultado final e retrocedesse à etapa em que os jogadores se encontram.

Como você viu na Unidade anterior para o jogo dilema do prisioneiro, a opção {confessar}, entendida como a adoção de uma estratégia de cooperação com o outro prisioneiro seria uma opção pior do que {negar}, o que entendemos como a escolha por uma estratégia de não-cooperação. Mas como estamos analisando um jogo repetido, não devemos considerar apenas a melhor resposta em cada etapa do jogo, temos que considerar quais as implicações futuras que a decisão trará. Utilizando o método da indução reversa vamos à 100ª jogada. Haverá motivação para o jogador adotar uma estratégia que não seja não-cooperar?

Indução reversa – ou indução retroativa significa que o jogo será resolvido de "trás para frente", analisando o jogo a partir dos *pay-offs* situados nos nós terminais e passando para os nós mais iniciais na ordem inversa de suas ocorrências, até o início do jogo, verificando quais os resultados seriam obtidos como fruto da decisão do jogador que fará o último lance. Fonte: Tavares (2008).

Se você retornar à analogia feita entre o dilema dos prisioneiros e as duas empresas do setor de TIC, verá que as empresas optaram por não cooperar, pois a possibilidade da traição faz com que essa seja a opção mais racional. Suponha agora que haja um cartel no mercado, com a atuação das duas empresas. Assim como na Unidade anterior, você deve estar atento para a ilegalidade dos cartéis, que se configura em uma situação sujeita a penalizações.

As empresas se defrontam com a seguinte curva de demanda:

$p(q_1 + q_2) = 40 - q_1 - q_2$, onde q_1 é a quantidade produzida pela empresa 1 e q_2 é a quantidade produzida pela empresa 2. Suas funções de custo são dadas por:

$C_1 = 4q_1$ e $C_2 = 4q_2$, onde C_1 é o custo total da empresa 1 e C_2 é o custo total da empresa 2. Para o exemplo vamos considerar que as empresas não têm custos fixos e que possuem as mesmas capacidades de produção, como forma de simplificarmos a apresentação formal do modelo, dado que para esse caso específico não perdemos, com isso, níveis de explicação. Vale ressaltar que, em outros casos e na realidade financeira das empresas, os custos fixos existem e são fundamentais em várias circunstâncias, como por exemplo: na consideração de suas estratégias de ganhos de escala.

Custos fixos – são aqueles que, em seu total, não variam com a variação do volume de atividade no processo de produção, veja a Figura 12. Fonte: Elaborado pelo autor.

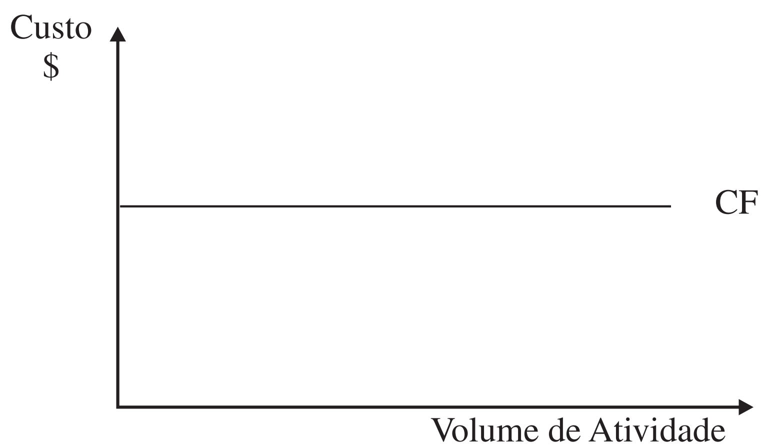

Figura 12: Custos Fixos
Fonte: Elaborada pelo autor

Você utilizará a resolução desse problema por meio de Cournot, pois como você já viu na Unidade anterior, esse é um modelo de duopólio em que as empresas consideram fixo o nível de produção da sua concorrente e decidem simultaneamente qual quantidade produzir.

A função lucro (preço x quantidade vendida – custos) de cada uma das empresas é dada por:

$$\pi_1 = (40 - q_1 - q_2)q_1 - 4q_1,$$

onde

$(40 - q_1 - q_2)$ = *preço, advindo da função de demanda*

q_1= *quantidade produzida e vendida pela empresa 1*

$4q_1$ = *custos da empresa 1*

$$\pi_2 = (40 - q_1 - q_2)q_2 - 4q_2,$$

onde

$(40 - q_1 - q_2)$ = *preço, advindo da função de demanda*

q_2= *quantidade produzida e vendida pela empresa 2*

$4q_2$ = *custos da empresa 2*

Derivando as equações e igualando-as a zero para obter a condição de maximização da função de recompensa, chegamos ao seguinte sistema de equações:

$$\left\{\begin{matrix} 36 - 2q_1 - q_2 = 0 \\ 36 - q_1 - 2q_2 = 0 \end{matrix}\right\}$$

Resolvendo o sistema de equações observamos que: $q_1 = q_2 = 12$.

O preço de mercado é de \$16,00 calculado a partir da curva de demanda,

$$p(q_1 + q_2) = 40 - q_1 - q_2 = 40 - 12 - 12 = 16$$

Como as empresas são simétricas (possuem mesma estrutura de custos e receitas), vemos que $\pi_1 = \pi_2 = 162$.

Por meio de acordos, supomos que os gestores das empresas se encontrem e combinem uma diminuição de $\frac{1}{4}$ na produção de cada empresa, passando para $q_1 = q_2 = 9$. Utilizando Cournot, novamente temos as seguintes soluções:

As quantidades produzidas serão de $q_1 = q_2 = 9$.

O preço de Mercado passa a ser de \$ 22,00:

$$\mathbf{p = 40 - q_1 - q_2}$$
$$\mathbf{p = 40 - 9 - 9 = 22}$$

O lucro passa a ser dado por $\pi_1 = \pi_2 = 162$:

$$\pi_1 = \pi_2 = (40 - q_1 = q_2)q_2 - 4q_2$$
$$\pi_1 = \pi_2 = (40 - 9 - 9)\ 9 - 4 \text{ x } 9 = 162$$

Supondo agora que a empresa 1 resolva trair a empresa 2, não reduzindo a quantidade produzida. A empresa 1 apresentará os seguintes resultados:

O preço de mercado, a partir da curva d demanda, passa a ser de $ 19,00:

$$\boldsymbol{p = 40 - q_1 - q_2}$$
$$\boldsymbol{p = 40 - 12 - 9 = 19{,}00}$$

A quantidade produzida pela empresa 1 será de $q_1 = 12$

O lucro da empresa 1 será de $\pi_1 = 180$:

$$\pi_1 = (40 - q_1 - q_2)q_1 - 4q_1$$
$$\pi_1 = (40 - 12 - 9)\ 12 - 4 \text{ x } 12 = 180$$

A empresa 2, que cumpriu parte no acordo, terá um lucro $\pi_2 = 135$

$$\pi_2 = (40 - q_1 - q_2)q_2 - 4q_2$$
$$\pi_2 = (40 - 12 - 9)\ 9 - 4 \text{ x } 9 = 135$$

Assim, a matriz representativa do jogo apresenta-se da forma mostrada no Quadro 13.

Empresa 1	Empresa 2	
	Coopera	Compete (não-coopera)
Coopera	162, 162	135, 180
Compete (não-coopera)	180, 135	144, 144

Quadro 13: Matriz de *Pay-offs* – Dilema dos prisioneiros em jogos repetidos
Fonte: Elaborada pelo autor

Observe que a melhor opção parece ser não-cooperar, pois a traição exercida pela empresa 1 traria grandes perdas para a empresa 2, confirmada através das eliminações estratégias iteradas.

O resultado, então, nos mostra que no dilema dos prisioneiros não temos razão para acreditar que adotarão estratégias cooperativas, seja na 100ª vez, na 99ª vez, na 98ª ou na primeira vez.

Esse jogo foi resolvido considerando que os jogadores irão tomar suas decisões ao mesmo tempo, contudo, os jogos podem considerar situações em que os jogadores se alternam no tempo nas decisões. Assim, um jogador toma uma decisão e em seguidas os outros tomam as suas. Tais jogos são chamados de jogos repetidos ou dinâmicos e são tratados a seguir, a partir, da reformulação das condições do jogo analisado por último.

Equilíbrio Perfeito em Subjogos Repetidos Finitos

Subjogo – é definido como um pedaço do jogo, que vai de um determinado ponto até o final do jogo. Fonte: Fiani (2004).

Nessa etapa, você irá alterar os *pay-offs* da matriz (Quadro 14) de modo a simplificar o resultado. Você deve perceber, que, embora os ganhos sejam diferentes, a relação entre os jogadores permanece exatamente a mesma.

Empresa 1	Empresa 2	
	Coopera	Compete (não-coopera)
Coopera	1, 1	-1, 2
Compete (não-coopera)	2, -1	0, 0

Quadro 14: Matriz de *Pay-offs* – Equilíbrio em subjogos repetidos finitos
Fonte: Adaptado de Fiani (2004)

Na primeira etapa do jogo, os jogadores irão decidir o que fazer sem conhecer a jogada do outro jogador. Na etapa seguinte, eles irão decidir a jogada baseados na decisão que foi tomada pelo outro jogador na jogada anterior e, assim, sucessivamente. Segundo Fiani (2004, p. 152) "[...] as estratégias dos jogadores, em jogos repetidos (sejam finitos ou infinitos) especificam, dada a história do jogo até ali, que ação tomar em cada etapa do jogo".

Vamos analisar agora os subjogos que existem em jogos repetidos.

Você deve perceber que existem quatro subjogos possíveis na primeira etapa do jogo, {cooperar, cooperar}, {cooperar, não-cooperar}, {não-cooperar, não-cooperar}, {não-cooperar, cooperar}, ou seja, há duas etapas. Se esse jogo fosse repetido três vezes, teríamos 4 x 4 = 16 possibilidades na história do jogo. O jogo está apresentado na forma de subjogo no Quadro 15.

Nesses subjogos do Quadro 15, temos a soma do resultado da segunda fase dos *pay-offs* que já conhecemos (Quadro 16) com as possibilidades de mais uma etapa. Assim, o resultado na segunda fase de {cooperar *e* cooperar} *é* (1,1) o que *é* somado a todos os resultados possíveis, como mostrado pelo primeiro subjogo do Quadro 16, ou seja, {coopera, coopera} = (1+1,1+1) = (2,2); {coopera, não-coopera} = (-1+1,2+1) = (0,3); {não-coopera, não-coopera} = (0+1,0+1) = (1,1) *e* {não-coopera, coopera} = (2+1,-1+1) = (3,0).

No segundo subjogo a partir de {não-coopera, coopera} que tem resultado na segunda repetição de (2, -1) o que deve ser somado às possibilidades de todos os resultados anteriores. Assim, para {cooperar, cooperar} = (1+2,1-1) = (3,0); para {não-coopera, coopera} = (2+2,-1-1) = (4,-2); para {coopera, não-coopera} = (-1+2,2-1) = (1,1) *e* para {não-coopera, não-coopera} = (0+2,0-1) = (2,-1), o que foi repedido para os dois últimos subjogos.

Resultado da primeira etapa do jogo	Empresa 1	Empresa 2	
		Coopera	Não-coopera
Subjogo a partir de (Coopera, Coopera)	Coopera	2,2	0,3
	Não-coopera	3,0	1,1
Subjogo a partir de (Não-coopera, Coopera)	Coopera	3,0	1,1
	Não-coopera	4,-2	2,-1
Subjogo a partir de (Coopera, Não-coopera)	Coopera	0,3	-2,4
	Não-coopera	1,1	-1,2
Subjogo a partir de (Não-coopera, Não-coopera)	Coopera	1,1	-1,2
	Não-coopera	2,-1	0,0

Quadro 15: Jogo em forma de subjogo repetido
Fonte: Adaptado de Fiani (2004)

Você deve ter percebido que ao analisarmos os possíveis resultados de cada subjogo, a estrutura do jogo não se modifica, segundo Fiani (2004), ao considerarmos qualquer jogo finito, com n repetições e com um jogo-base que apresente, apenas, um Equilíbrio de Nash, o mesmo possuirá um único Equilíbrio de Nash perfeito em seus subjogos, isso significa jogar com *esse* mesmo equilíbrio em todas as *n* etapas.

Teorema Popular e Múltiplas Possibilidades de Cooperação

A Figura 13, a seguir, apresenta o jogo anterior entre as empresas 1 e 2, agora apresentado através de vetores. Você pode verificar que o vetor (-1,2) corresponde às estratégias {Coopera, Não-coopera}, o vetor (1,1) corresponde à estratégia {Coopera, Coopera}, o vetor (2,-1) corresponde à estratégia {Não-coopera, Coopera}, enquanto o vetor (0,0) corresponde à estratégia {Não-coopera, Não-coopera}.

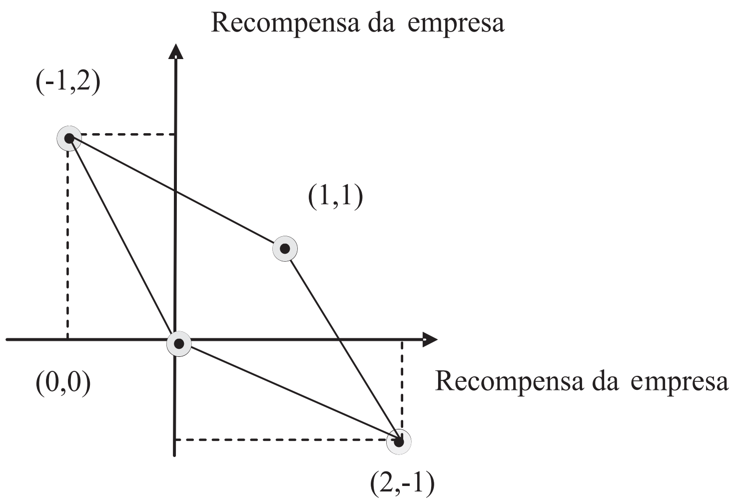

Figura 13: Jogo apresentado por vetores
Foto: Adaptada de Fiani (2004)

O vetor (½, ½) se encontra em algum ponto dentro do paralelogramo. Através de um acordo explícito, as empresas decidiram adotar inicialmente a estratégia {Coopera, Coopera}, em seguida alternariam entre as estratégias {Não-coopera, Não-coopera} e {Coopera, Coopera}. Dado o conceito de valor do dinheiro no tempo, o fluxo de recompensa é igual para as duas empresas e dado por: $\delta = \frac{1}{(1+r)}$, representa o desconto dado a um valor em um período no futuro trazendo-o ao valor presente. Considerando que os resultados ao longo dos períodos futuros se alternarão entre um e zero e que dá o desconto trazendo a valores presentes teremos o valor presente dos resultados futuros do jogo, dado por: $1 + (0 \times \delta) + (1 \times \delta^2) + (0 \times \delta^3) + \ldots$.

Saiba mais...

Valor presente é a noção de que é preferível um real hoje do que um real em algum momento no futuro. Essa noção é bastante intuitiva para a maioria das pessoas compreender, sem usar modelos e matemática. Entretanto, os princípios de valor presentes fornecem apoio adicional a essa declaração e nos permite calcular quanto vale um real hoje que só será ganho no futuro. Assim, uma das abordagens mais utilizadas é a financeira que considera os valores ganhos no futuro como fluxos de caixa futuros no tempo t (FCt) e precisa de uma taxa de desconto (r), que avalia nossa preferência entre receber no presente ao invés de no futuro.

$$\text{Valor Presente de um Fluxo de Caixa Simples} = \frac{FC_t}{(1+r)^t}$$

Onde, FCt = Fluxo de Caixa no final do período t.
r = Taxa de Desconto.
As outras variáveis permanecem iguais, pois o valor presente de um fluxo monetário diminuirá com os aumentos da taxa de desconto e continuará diminuindo ainda mais no futuro quando o fluxo de caixa ocorrer. Acesse: <http://www.bertolo.pro.br/Adminfin/Manual_VDT.htm>. Acesso em: 16 maio 2011.

Refazendo o valor presente, igual para as duas empresas, e aplicando o conhecimento sobre progressão geométrica a expressão anterior pode ser expressa como: $\frac{1}{1-\delta^2}$

Com base na expressão do valor presente dos resultados do jogo e aplicando o conhecimento sobre progressão geométrica, podemos chegar à recompensa média, multiplicando a fração anterior por: $(1 - \delta)$. Com $(1 - \delta^2) = (1 - \delta) \times (1 + \delta)$ temos que os ganhos médios serão:

$$\frac{1}{1-\delta^2}\, x\,(1-\delta) = \frac{1}{(1-\delta)+(1+\delta)}\, x\,(1-\delta) = \frac{1}{1+\delta}$$

Assim, concluímos que a recompensa de cada empresa é dada por: $\frac{1}{1+\delta}$

A conclusão é a de que se δ tiver um valor muito próximo de 1, a recompensa será muito próxima de ½. Portanto, o equilíbrio não estaria apenas em um ponto, mas em uma área (*hachurada*), conforme mostra a Figura 14.

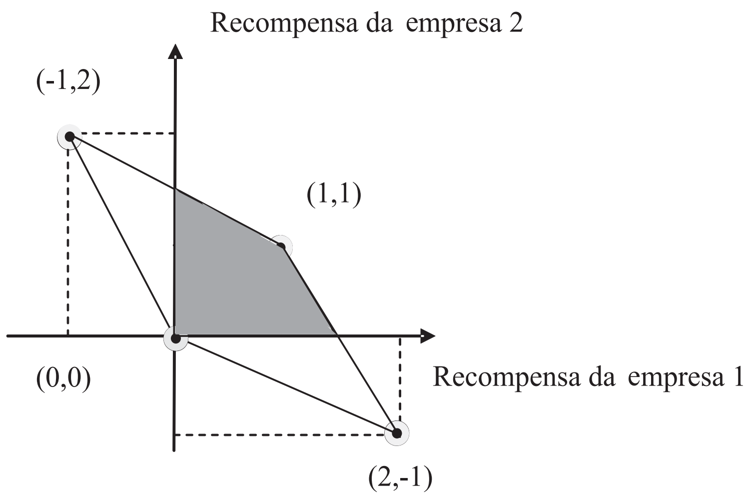

Figura 14: Equilíbrio do jogo
Foto: Adaptada de Fiani (2004)

Essas condições são definidas como **Teorema Popular G**, como apresentado por Fiani (2004). Seja um jogo infinitamente repetido; suponha que exista um Equilíbrio de Nash no jogo base desse jogo infinitamente repetido, que resulta em um valor de recompensa β. Seja α qualquer vetor factível médio de recompensas por período, tal que, para todos os $\alpha_1 \in \alpha$ e todos os $\beta_1 \in \beta$ tenhamos $\alpha_1 > \beta_1$, para todo jogador i. O vetor de recompensa médio a pode ser suportado de forma suficientemente próxima por um Equilíbrio de Nash perfeito em subjogos, desde que δ seja suficientemente próximo de 1.

Assim, o teorema popular, segundo Fiani (2004), mostra que caso os jogadores sejam suficientemente pacientes (descontos próximos de um $\delta = 1$), ou seja, caso os jogadores dessem pouco desconto a valores futuros, teríamos uma infinidade de resultados que combinam estratégias com maior ou menor grau de cooperação e não estaria preso ao "mundo egoísta" e subótimo do dilema dos prisioneiros, desde que os jogadores estejam livres para cooperar e que não enxerguem o fim do jogo.

Aplicação da Teoria dos Jogos à Realidade Empresarial

Depois de tantos modelos analíticos fica a pergunta: como aplicar a situações empresariais reais à Teoria dos Jogos? Para responder a essa pergunta, vamos apresentar a seguir um modelo de aplicação de Teoria dos Jogos em empresas proposto por Tavares (2008). Nesse modelo, a estrutura é de três etapas em dez passos, veja roteiro a seguir:

- **Etapa 1**: definição da questão a ser enfrentada:
  - **Passo 1**: identifique se a empresa tem metas específicas a alcançar ou se há problemas (motivação para as interações estratégicas).
  - **Passo 2**: verifique se a situação envolve outros jogadores e quem são eles.
  - **Caso de aplicação**: imagine que você é diretor de uma empresa de varejo e o problema foi a queda nas vendas (passo 1) o que pode ter ocorrido pelo não engajamento dos colaboradores da área comercial. Logo os jogadores serão a empresa e os funcionários.
- **Etapa 2**: identificação de fatores críticos:
  - **Passo 3**: liste todas as características da empresa em relação ao problema, principalmente que auxilie na mensuração dos *pay-offs*.
  - **Passo 4**: verifique se há um setor da empresa diretamente envolvido no problema.
  - **Passo 5**: estabeleça quais ações (com base nas características de cada jogador) esse departamento deverá tomar para resolver a questão.
  - **Passo 6**: verifique se os jogadores têm conhecimento sobre as ações um do outro (informação completa ou não). Estabeleça se os jogadores irão agir simultaneamente (jogo estático) ou se um irá esperar a ação do outro (jogo dinâmico).

- **Passo 7**: determine e quantifique os resultados envolvidos no jogo para cada combinação de estratégias possíveis.
- **Caso de aplicação**: identificação da política salarial e plano de carreira, sistema de crédito e entregas, política de preços, clima organizacional, hierarquia (**passo 3**). Envolvimento do Setor de Recursos Humanos (**passo 4**). As ações desse departamento podem ser: aumentar as comissões dos vendedores; ampliar os benefícios e remanejar os funcionários (**passo 5**). As ações dos funcionários serão tomadas depois das ações da empresa – jogo dinâmico (**passo 6**). Os *pay-offs* serão medidos em termos de faturamento da empresa e ganhos dos colaboradores. Eles poderão ser definidos, por exemplo, com base nas expectativas dos diretores (**passo 7**).

- **Etapa 3**: construção do modelo e resolução:
  - **Passo 8**: estabeleça se a situação ocorrerá apenas uma ou poucas vezes (jogo finito) ou será repetida indefinidamente (jogos será repetido infinitamente) e se as ações de um jogador serão conhecidas pelos outros quando este a tomar (informação perfeita) ou se os jogadores tomam suas ações sem conhecer o movimento dos outros (informação imperfeita).
  - **Passo 9**: monte o esquema de formalização mais adequado: quadro (jogos simultâneos) árvore de decisão (jogos dinâmicos). Encontre possíveis estratégias estritamente dominantes, estabeleça os Equilíbrios de Nash, mesmo que seja com estratégias mistas. Resolva os jogos simultâneos por eliminação de estratégias dominadas ou por inspeção *pay-off* a *pay-off* e os jogos dinâmicos por indução retroativa. Verifique, caso o jogo seja repetido infinitamente, se há possibilidade de cooperação. Por exemplo, se os funcionários se esforçarem e as vendas aumentarem até o primeiro ano, a empresa ampliará o benefício.
  - **Passo 10**: estabeleça as melhores estratégias para ambos os jogadores com base nos *pay-offs* obtidos.

- **Caso de aplicação**: o jogo será finito por ter sido considerado pelos diretores como problema ocasional e passageiro e de curto prazo. Os funcionários saberão o que a empresa decidiu e vice-versa – informação perfeita (**passo 8**).

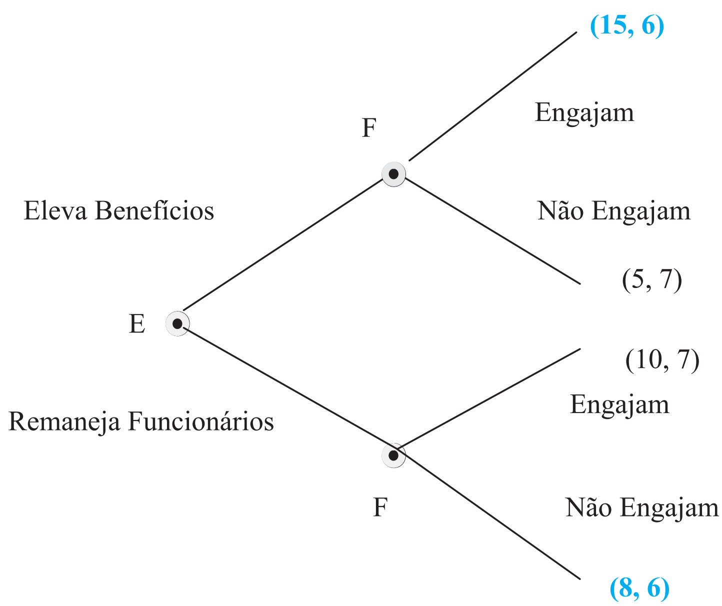

Figura 15: Formalização do jogo (passos 9 e 10)
Fonte: Adaptada de Tavares (2008)

Percebemos na Figura 15 que o jogo apresenta dois resultados de Equilíbrio de Nash: Eleva benefícios (empresa) e Engaja (funcionários) Remaneja Funcionários (empresas) e Não Engajam (Funcionários) – **passo 10**.

Resumindo

Nesta Unidade vimos que quando analisamos o dilema dos prisioneiros, em jogos repetidos finitos, a possibilidade de traição deve ser levada em consideração. Foi utilizado o Modelo de Cournot para apresentar essa situação. Você foi apresentado ao conceito de teorema popular e as múltiplas possibilidades de cooperação, em que verificamos a possibilidade de trabalhar com equilíbrio não apenas em um ponto, mas em uma área, para isso, foram utilizados vetores.

Enfim, chegamos ao final desta Unidade e também desta disciplina. Este é o momento de você conferir o que aprendeu. Para tanto, responda às questões a seguir e lembre-se sempre de procurar seu tutor em caso de dúvida.

Bom trabalho e Sucesso!

Atividades de aprendizagem

1. Diferencie acordos explícitos de acordos tácitos. Cite exemplos dos dois tipos usando acordos empresariais que você tenha lido ou que seja possível de ocorrer entre as empresas locais.
2. Dado a seguinte curva de demanda: $p(q_1 + q_2) = 20 - q_1 - q_2$, considerando que as empresas não têm custos fixos e que possuem as mesmas capacidades de produção e utilizando o Modelo de Cournot, encontre o lucro e o preço de mercado.

3. Dado o seguinte jogo, calcule a recompensa média por período dos jogadores se, existe um fator de desconto próximo de 1 e eles decidem simultaneamente {Coopera, Coopera}, {Não-coopera, Não-coopera}.

Empresa g_1	Empresa g_2	
	Coopera	Compete (não-coopera)
Coopera	3,3	0,4
Compete (não-coopera)	4,0	2,2

4. Encontre uma situação na organização que você trabalha ou que você conhece, ou seja, que esteja presente no seu dia a dia que possa ser analisada por meio da Teoria dos Jogos e aplique o passo a passo proposto por Tavares (2008).

Referências

BERNI, Duílio de Ávila. *Teoria dos Jogos*: jogos de estratégia, estratégia decisória, teoria da decisão. Rio de Janeiro: Reichmann & Affonso Editores, 2004.

CARRARO, André. *O investimento em P&D e o uso das patentes*: uma abordagem por meio da teoria dos jogos. 1997. 123 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Econômicas) – Faculdadede Ciências Econômicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1997.

CHIANG, Alfha C. *Matemática para Economistas*. São Paulo: Mkron Books, 2008.

CIÊNCIAS CONTÁBEIS. *Manual sobre o valor do dinheiro no tempo*. Disponível em: <http://www.bertolo.pro.br/Adminfin/Manual_VDT.htm>. Acesso em: 16 maio 2011.

DAVIS, Morton D. *Game Theory*: a nontechnical introduction. Mineola: Dover Publications, 1983.

DILEMA. *Dicionário Aurélio on-line*. Disponível em: <http://www.dicionariodoaurelio.com/dicionario.php?P=Dilema>. Acesso em: 16 maio 2011.

DIXT, Avinash K.; NALEBUFF, Barry J. *Pensando estrategicamente*. A vantagem competitiva nos negócios na política e no dia a dia. São Paulo: Atlas, 1994.

FIANI, Ronaldo. *Teoria dos Jogos*: para cursos de administração e economia. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

FUNDEMBERG, Drew; TIROLE, Jean. *Game Theory*. Massachusetts: MIT Press, 1991.

GHEMAWAT, Pankaj. *A estratégia e o cenário dos negócios*: textos e casos. Trad. Nivaldo Montogelli Jr. Porto Alegre: Bookman, 2000.

GIBBONS, Robert. *Game Theory for Applied Economists*. Princeton University Press, 1992.

HITT, Michael A. *Administração estratégica*: competitividade e globalização. São Paulo: Pioneira, 2005.

LACOMBE, Francisco José Masset. *Dicionário de negócios*: mais de 6.000 termos em inglês e português. São Paulo: Saraiva, 2009.

LESSA, Célia de Andrade. Racionalidade Estratégica e Instituições. *Revista Brasileira de Ciências Sociais*, v. 13, n. 37. São Paulo, junho, 1998.

MCGUIAN, James K. *et al*. *Economia de empresas*: aplicações, estratégias e táticas. São Paulo: Tompson Learning, 2004.

MILLER, James D. *Game Theory at Work*. New York: McGrawHill, 2003.

PINDYCK, Robert S.; RUBINFELD, Daniel L. *Microeconomia*. 5. ed. São Paulo: Prentice Hill, 2002.

POUNDSTONE, William. *Prisoner's Dilemma*. Nova York: Anchor Books Ed, 1993.

ROBBINS, Stephen P. *Administração*: mudanças e perspectivas. São Paulo: Saraiva, 2000.

TAVARES, Jean Max. *Teoria dos Jogos*: aplicada à estratégia empresarial. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

VARIAN, Hal R. *Microeconomia*: princípios básicos – uma abordagem moderna. 3. ed. Rio de Janeiro: Campus, 1999.

VASCONCELLOS, Marco Antônio Sandoval. *Economia*: Micro e Macro. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

ZAWISLAK, Paulo Antônio. Reflexões a Respeito da Decisão de Fazer Cooperação Tecnológica. *Anais do XX ENANPAD*. Rio das Pedras, RJ, 22-25 de setembro, 1996.

Samuel Façanha Câmara

Doutor em Economia pela Universidade Federal de Pernambuco (2002). Mestre em Economia Rural pela Universidade Federal do Ceará (1993) e Graduado em Agronomia pela Universidade Federal da Bahia (1989). Foi Pró-Reitor da Universidade Estadual Vale do Acaraú-UVA. Foi diretor de articulação institucional do Instituto de Tecnologia da Informação - INSOFT (2005 a 2008) e Professor Adjunto da Universidade Estadual do Ceará. Possui experiência na área de Administração, com ênfase em Estratégia empresarial, atuando principalmente nos seguintes temas: administração financeira, análise econômica, risco, séries temporais e simulação.